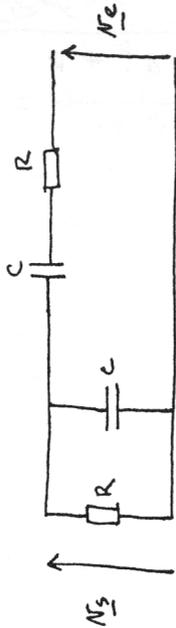


Devoir Libre N°3.

I. Oscillateur à pont de Wien.

A- Etude du filtre de Wien :



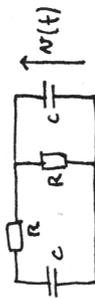
1) Comportement en fréquence et nature de ce filtre ?

2) Calculer la fonction de transfert de ce filtre en tension.

Quel est l'ordre de ce filtre ?

[Vous exprimerez la fonction de transfert comme le quotient de 2 polynômes en $j\omega$]

3) Soit le circuit suivant :



$$\tau = RC$$

Interprétez par $\tau(t)$. Est-ce l'équation attendue ?

Trouvez à partir de la fonction de transfert du 2) l'équation différentielle

4) On pose : $\tau = RC$ et $\omega = \omega T$.

Calculez le gain en tension et la phase de ce filtre.

5) Calcul de la pulsation de résonance. Gain à la résonance.

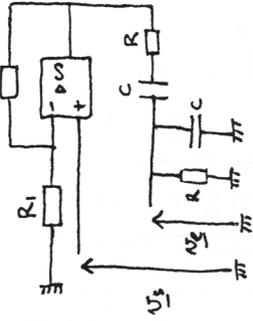
Pulsations de coupure, bande passante et facteur de qualité ($Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$) de ce filtre.

[Le gain à la résonance sera noté β , et la pulsation de résonance ω_0]

6) Etude asymptotique des diagrammes de Bode.
Tracé sur papier semi-logarithmique (calcul de quelques points supplémentaires si nécessaire).

B- Oscillateur

1) Boucle ouverte :

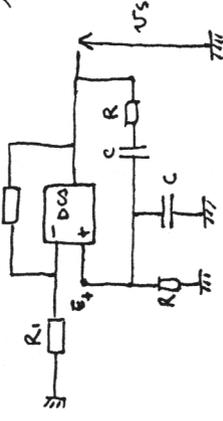


$$\mu = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad , \quad R_2 = 2R_1$$

Que vaut le rapport $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|$ à la fréquence de résonance ?

Pour les autres fréquences ?

2) Boucle fermée :



Considérons en E_+ un bruit pouvant s'écrire :

$$b(t) = \sum_{i=0}^n b_i e^{j(\omega_i t + \phi_i)}$$

toutes les fréquences (b_i très faibles)

, que dire de $v_s(t)$ suivant la valeur de $\beta\mu$?

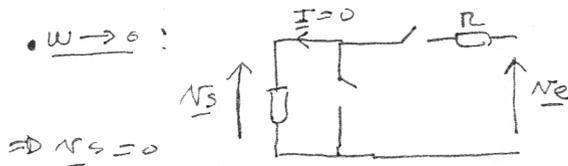
Qu'avons nous réalisé ?

Connaissez-vous un système analogue ?

Correction du devoir libre n°3

I) Oscillateur à pont de Wien :

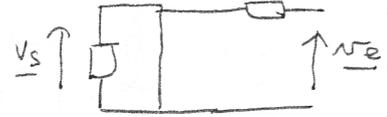
1) $\omega \rightarrow 0$:



$\Rightarrow v_s = 0$

$\Rightarrow G_v(0) = 0$

$\omega \rightarrow +\infty$:



$\Rightarrow v_s = 0$

$\Rightarrow G_v(+\infty) = 0$

→ filtre passe-bande ←

2) Diviseur de tension: $v_s = \frac{Z_R // Z_C}{Z_R // Z_C + Z_C + Z_R} v_e$; $Z_R // Z_C = \frac{R/j\omega}{R + 1/j\omega}$

$\Rightarrow G_v(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = \frac{RC(j\omega)}{1 + jRC\omega + jRC\omega + jRC\omega(1 + jRC\omega)} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$

$\Rightarrow G_v(j\omega) = \frac{RC(j\omega)}{1 + 3RC(j\omega) + (RC)^2(j\omega)^2}$, ordre du dénominateur en $j\omega$ \Rightarrow ordre 2.

3) $G_v(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} \Rightarrow \tau^2 \frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} + 3\tau \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t) = RC \frac{dv_e(t)}{dt}$

cas où $v_e(t) = 0$ et $v_s(t) = v(t)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{3}{\tau} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau^2} v(t) = 0}$

même équ. diff. que pour le DS avec un calcul direct

4) $G_v(j\omega) = \frac{\tau j\omega}{1 + 3\tau j\omega + \tau^2(-\omega^2)} \Rightarrow G_v(j\omega) = \frac{j\omega}{1 - \omega^2 + 3j\omega}$

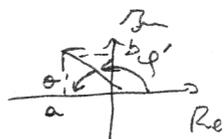
$\Rightarrow \boxed{G_v(u) = \frac{u}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 9u^2}}}$

$\cdot \varphi(u) = \arg G_v(j\omega)$
 $= \underbrace{\arg j\omega}_{\pi/2} - \arg(1 - u^2 + 3j\omega)$

$\hat{=}$ $1 - u^2 > 0 \Rightarrow \varphi(u) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{3u}{1-u^2}\right) \quad | \quad u < 1$

$\hat{=}$ $1 - u^2 < 0 \Rightarrow \varphi(u) = \frac{\pi}{2} - (\pi + \arctan\left(\frac{3u}{1-u^2}\right))$

$\varphi(u) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{3u}{1-u^2}\right) \quad | \quad u > 1$



$\varphi = \pi - \theta$
 $\theta = -\arctan\left(\frac{3u}{1-u^2}\right)$

mieux:

$G_v(j\omega) = \frac{1}{3 + j(u - \frac{1}{u})}$

$\Rightarrow \varphi(u) = \arctan\left(\frac{1 - \frac{1}{u^2}}{3}\right)$

5) $\frac{dG_v(u)}{du} \Big|_{u=u_{max}} = 0$; $G_v(u) = \sqrt{\frac{u^2}{(1-u^2)^2 + 9u^2}}$

posons: $x = u^2$ et étudions $f(x) = \frac{x}{(1-x)^2 + 9x}$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{(1-x)^2 + 9x - x(2x+7)}{[(1-x)^2 + 9x]^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow u=1$$

$$\Rightarrow \omega_{rc} = \frac{1}{T} = \omega_0$$

$$G_{v_{rc}} = \sqrt{f(1)} = \sqrt{\frac{1}{9}} \Rightarrow G_{v_{max}} = \frac{1}{3}$$

* Pulsations de coupure: $G_v(x_c) = \sqrt{f(x_c)} = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow 18x = 1 + 7x + x^2 \Rightarrow x^2 - 11x + 1 = 0 \quad \Delta = 117$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{117}}{2} \Rightarrow \omega_c = \omega_0 \sqrt{\frac{11 \pm \sqrt{117}}{2}}$$

$$\Delta\omega = \omega_0 \left(\sqrt{\frac{11 + \sqrt{117}}{2}} - \sqrt{\frac{11 - \sqrt{117}}{2}} \right) \Rightarrow \Delta\omega = 3\omega_0 \quad B = \frac{3}{2\pi R}$$

mise au carré fait 9

$$\Rightarrow Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{3}$$

6) $u \rightarrow 0$: $G_v(ju) \approx \frac{ju}{1 - u^2 + 3ju} \approx ju \quad G_v(u) = u$

$$\Rightarrow G_v^{dB}(u) = 20 \log u \Rightarrow 20 \text{ dB/déc} \quad (Y = 20X)$$

$$\Rightarrow \varphi(u) = \pi/2$$

$u \rightarrow +\infty$: $G_v(ju) \approx \frac{ju}{-u^2} \approx -j/u \quad G_v(u) = \frac{1}{u}$

$$\Rightarrow G_v^{dB}(u) = -20 \log u \Rightarrow -20 \text{ dB/déc} \quad (Y = -20X)$$

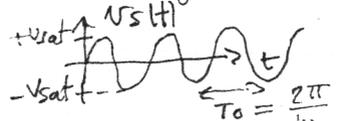
$$\Rightarrow \varphi(u) = -\pi/2$$

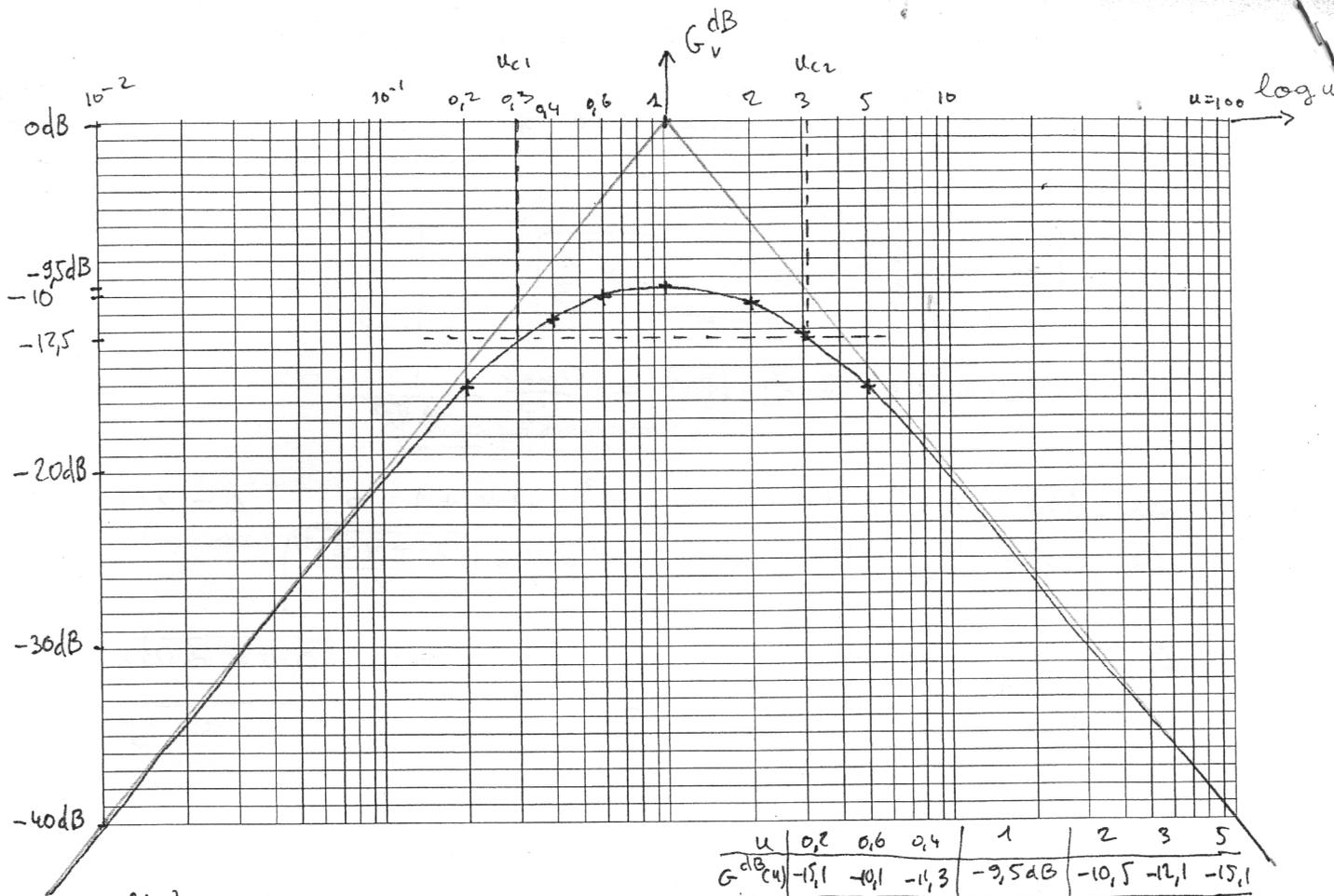
B-Oscillateur 1) $\frac{v_s}{v_e} = \frac{v_s}{v_s} \times \frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{\mu} \times$

à la résonance: $\left| \frac{v_s}{v_e} \right| = \frac{1}{\mu} \times \frac{1}{1/3} = \frac{3}{\mu}$ pour $\mu = 3$: $\left| \frac{v_s}{v_e} \right| = 1$

Pour les autres fréquences: $\left| \frac{v_s}{v_e} \right| = \frac{1}{\mu} \frac{u}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 9u^2}} < 1$

2) Si $\beta\mu$ supérieur à 1 les bruits en $E+$ vont être amplifiés et ramenés ainsi en $E+$, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'A.O sature. Si $\beta\mu < 1$ le bruit présent en $E+$ est atténué $\Rightarrow v_s(t) = 0$. Si $\beta\mu = 1$ ou très légèrement supérieur on amplifie que la fréquence

à ω_0 :  On a réalisé un oscillateur, analogue à l'oscillateur à résistance négative



u	0,2	0,6	0,4	1	2	3	5
$G^{dB}(u)$	-15,1	-10,1	-11,3	-9,5 dB	-10,5	-12,1	-15,1
$\varphi(u)$	58°	20°	35°	0	-27°	-42°	-58°
	2	3	10	20	100	log u	

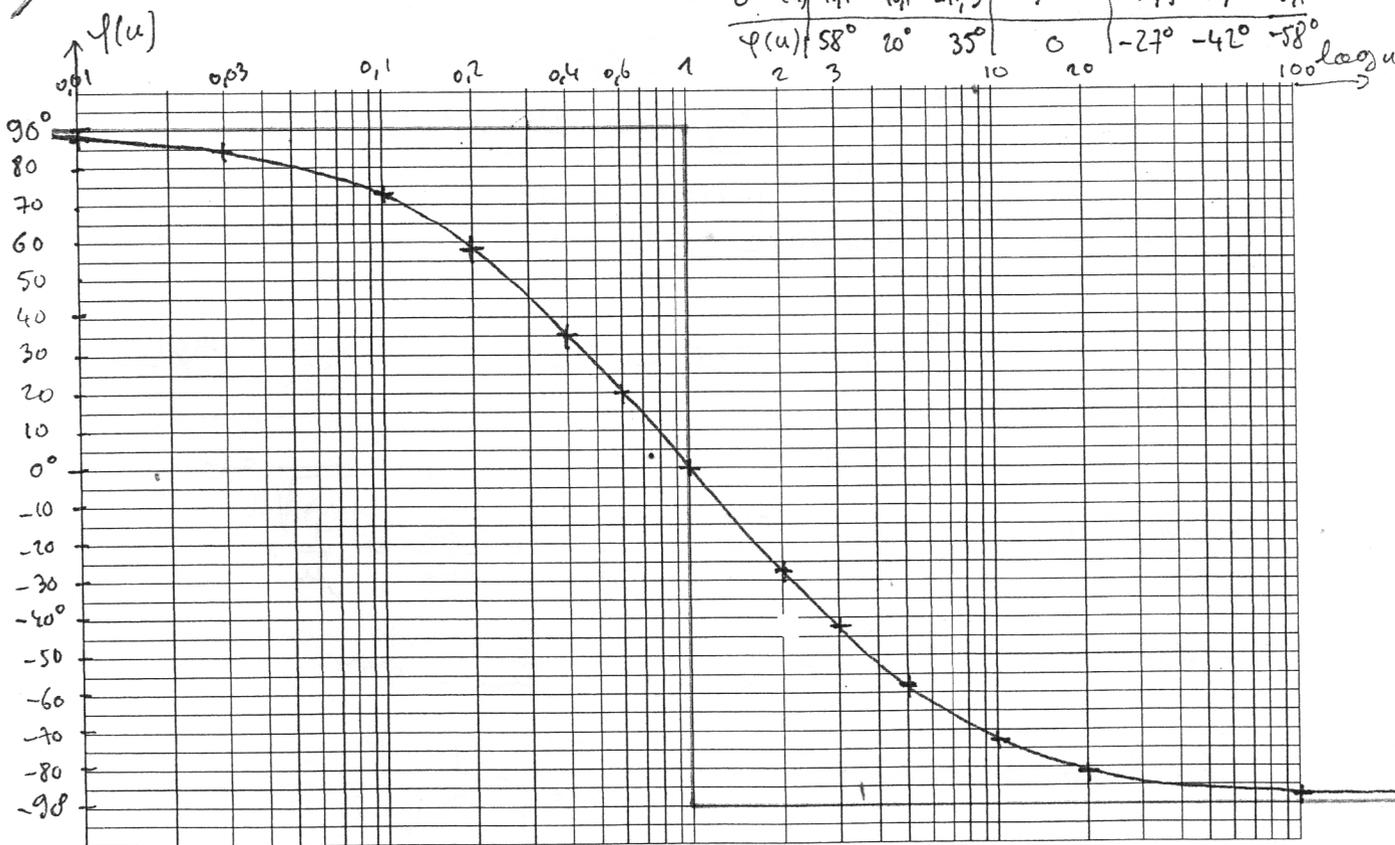


Diagramme de Bode pour le filtre de Wien