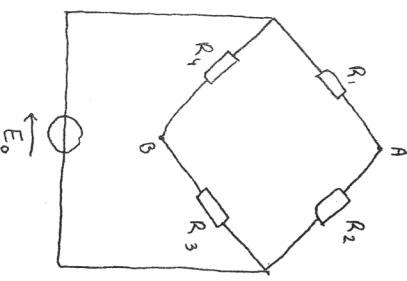


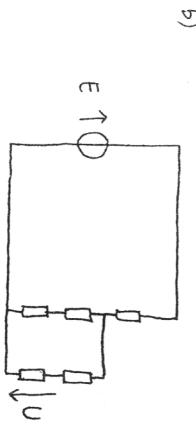
Devoir surveillé  
de  
Physique



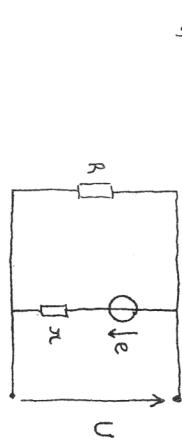
c)  
Pont de Wheatstone:

Déterminez  $U_{AB}$  en fonction des résistances et de  $E_o$ .

Dans quel cas  $U_{AB}=0$  ?



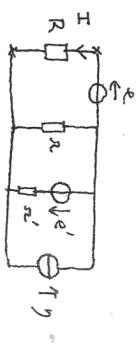
Déterminez  $U$  en fonction de  $e$ ,  $R$  et  $\alpha$ .



Utilisez le résultat du montage diviseur de tension et déterminez les grandeurs demandées. On ne devra pas utiliser une autre méthode, aucun courant ne seront introduits.

[2] Quelques méthodes de résolution:

Soit le circuit suivant:



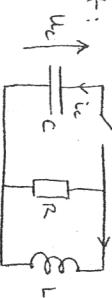
Déterminez le courant  $I$  en appliquant successivement les méthodes suivantes :

- 1) Méthode directe (Lois de Kirchoff)
- 2) Équivalence Thévenin  $\leftrightarrow$  Norton

3

Circuit RLC parallèle en régime libre :

Soit le montage suivant :



Soit  $t < 0$ ,  $\kappa$  soit nul et le condensateur est chargé  $U_c = U_0$  et  $i_L = 0$ . Au temps  $t = 0$ , on ferme  $\kappa$ .

- 1) Donner l'équation différentielle vérifiée par  $i_L$  et la matrice nous forme canonique. On exprimera  $\tau_a$ ,  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

Le condensateur étant déchargé et tous les courants nuls, on soumet le dipôle ci-dessus à un échelon de tension  $E$  à un instant pris comme origine des temps.

1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge  $q$  puis déterminer l'expression de  $q$  en fonction du temps. On notera  $\tau$  la constante de temps pour l'évolution de  $q$ . Donner l'allure du graphique en précisant ses caractéristiques essentielles.

2. En déduire l'expression de  $i_2$  en fonction du temps, de  $\tau$ , de  $i_p$  et  $\tau'$  avec :

$$i_p = \frac{E}{R_1 + R_3} \quad \tau' = R_2 C$$

3. Exprimer les intensités  $i_1$  et  $i_3$  en fonction du temps, de  $\tau$ , de  $i_p$ , de  $\tau'$  et  $x = R_2 R_3$ .

4. Représenter sur un même schéma les graphes de  $i_2/i_p$ ,  $i_1/i_p$  et  $i_3/i_p$  en fonction de  $t/\tau$ . On prendra  $x = 2$ ,  $\tau' = 0.75$ ,  $\tau = 1$ .

- 5) Pour le régime pseudopériodique mentionné que :

$$i_L(t) = \frac{U_0}{L\Omega} e^{-\Omega t} \sin(\Omega t)$$

- 6) Pour le régime critique mentionné que :  $i_L(t) = \frac{U_0}{L} t e^{-t/\tau_a}$ .

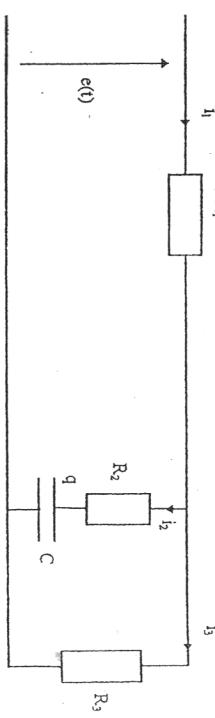
- 7) Pour le régime aperiodique mentionné que :

$$i_L(t) = \frac{U_0}{L\Omega} e^{-t/\tau_a} \sin(\Omega t).$$

- 8) Tracer pour les différents régimes l'allure des courbes de  $i_1$  et  $i_3$  quelques soit  $t$ .

4

Charge d'un condensateur

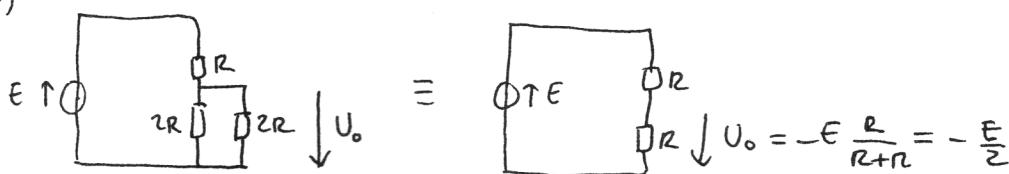


6

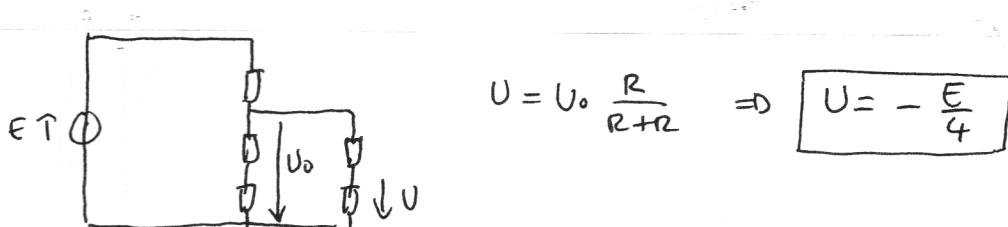
1 a)



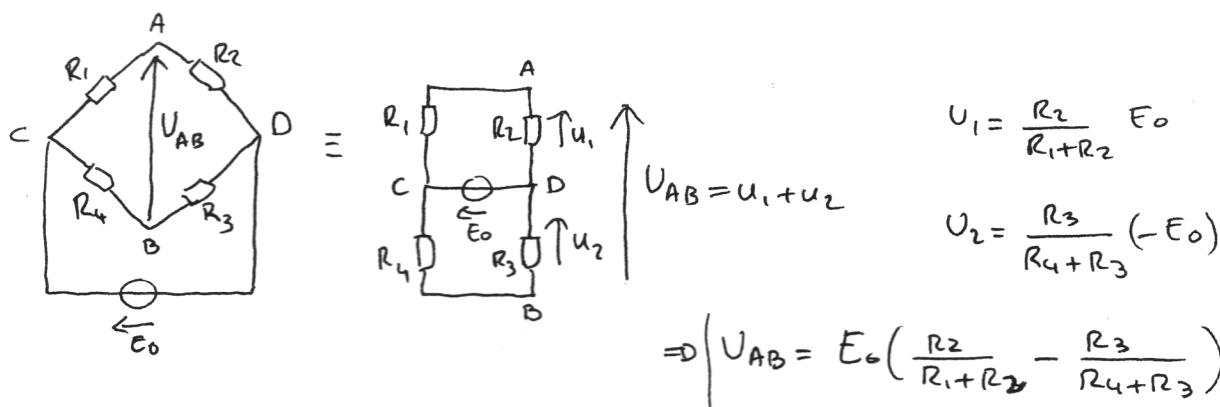
2 b)



d'où :



3 c)



$$\underline{U_{AB}=0} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_3}{R_4+R_3} \Rightarrow R_2(R_4+R_3) = R_3(R_1+R_2)$$

$$\Rightarrow R_2R_4 + R_2R_3 = R_3R_1 + \underline{R_2R_3}$$

$$\Rightarrow [R_2R_4 = R_1R_3]$$



9) 8) Calcul de  $u_C(t)$ :  $u_C(t) = u_L(t) = L \frac{di_L}{dt}$

$$\Delta \leq 0, \Omega \geq \frac{1}{2}: u_C(t) = L \frac{U_0}{L} \left( -\frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} (\cos \omega t - \frac{1}{2\alpha} \sin \omega t) + e^{-t/2\alpha} \sin \omega t \right)$$

$$\Rightarrow u_C(t) = U_0 e^{-t/2\alpha} \left( \cos \omega t - \frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} \sin \omega t \right)$$

$$\Delta = 0, \Omega = \frac{1}{2}: u_C(t) = L \frac{U_0}{L} \left( \cos \omega t - \frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} + e^{-t/2\alpha} \sin \omega t \right)$$

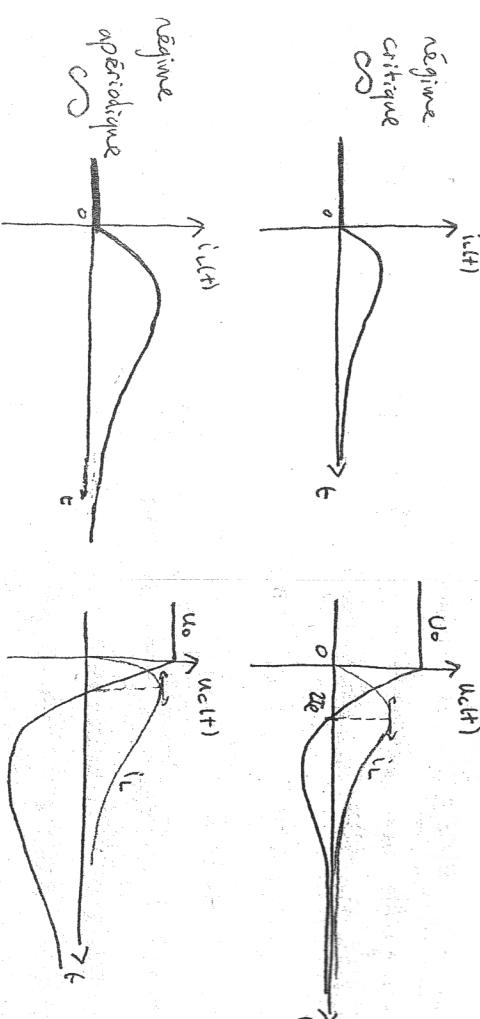
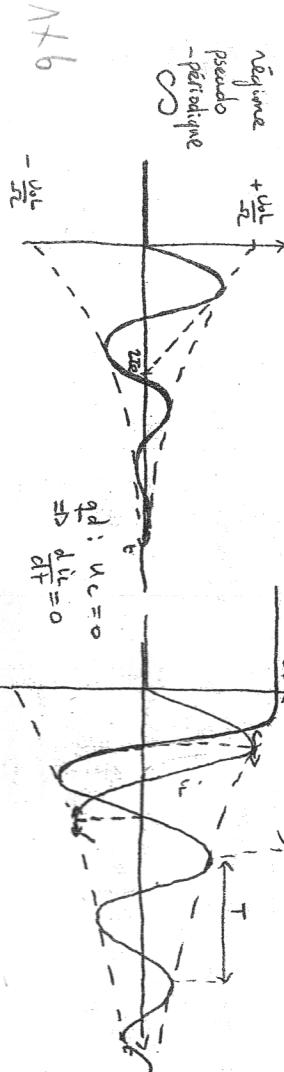
$$= u_C(t) = U_0 e^{-t/2\alpha} \left( 1 - \frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} \right)$$

$$\Delta > 0, \Omega < \frac{1}{2}: u_C(t) = L \frac{U_0}{L} \left( \cos \omega t - \frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} \sin \omega t + e^{-t/2\alpha} \cos \omega t \right)$$

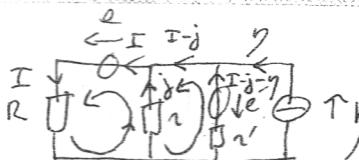
$$= u_C(t) = U_0 e^{-t/2\alpha} \left( \cos \omega t - \frac{1}{2\alpha} e^{-t/2\alpha} \sin \omega t \right)$$

cas:

$$\begin{cases} \text{cas 1: } \\ \text{cas 2: } \\ \text{cas 3: } \end{cases}$$



2) 1)



Nous introduisons le courant j.

loi des mailles:

$$-RI - rj + e = 0$$

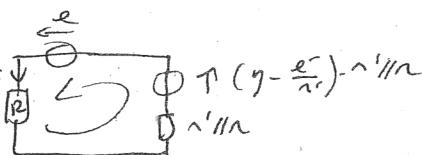
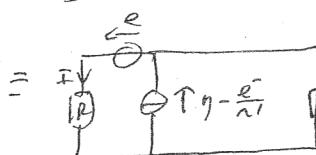
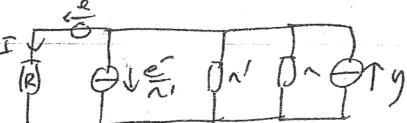
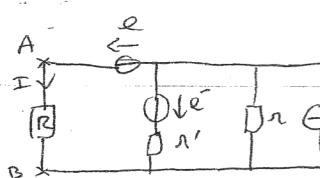
$$rj - r'(I - j - y) - e' = 0$$

$$\begin{cases} rj + RI = e \Rightarrow j = -\frac{R}{r} I + \frac{e}{r} \\ (R+r')j - r'I = -r'y + e' \Rightarrow -\frac{R+r'}{r} RI - r'I + \frac{R+r'}{r} e = -r'y + e' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[ -\frac{R+r'}{r} R - r' \right] I = r'y + e' - (R+r')e$$

$$\Rightarrow I = \frac{r'y - r'e + (R+r')e}{(R+r')R + r'r'}$$

2) G =

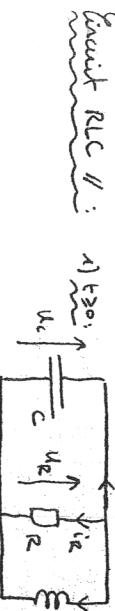


Loi de Pouillet:

$$I = \frac{e + (\gamma - \frac{e'}{r'}) \frac{R''}{R+r'}}{\frac{R''}{R+r'} + R} \Rightarrow$$

$$I = \frac{(R+r')e + r'\gamma y - r'e}{(R+r')R' + r'r'}$$

30

Circuit RLC //:

$$i_L + i_R + i_C = 0 \quad ; \quad i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad ; \quad u_R = R i_R \quad ; \quad u_L = L \frac{di_L}{dt} \quad ; \quad u_C = u_R = u_L$$

$$\Rightarrow C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{u_R}{R} + i_L = 0 \Rightarrow C \frac{d}{dt} u_L + \frac{u_L}{R} + i_L = 0 \Rightarrow C \frac{d}{dt} \left( L \frac{di_L}{dt} \right) + \frac{L \frac{di_L}{dt}}{R} + i_L = 0$$

$$\Rightarrow L C \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R^2} \frac{di_L}{dt} + i_L = 0 \Rightarrow \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{R^2 C} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = 0$$

$$\text{En posant: } \boxed{i_L = R C} \text{ et } \boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}} \text{ on a}$$

$$\boxed{\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{R^2 C} \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = 0}$$

$$1 \quad Q = \omega_0 \tau_C = \frac{1}{\sqrt{LC}} R C \Rightarrow \boxed{Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

$$2 \quad \text{Nous cherchons } i_L(t) \text{ sous la forme: } i_L(t) = \alpha e^{\lambda_1 t}, (\alpha, \lambda) \in \mathbb{C}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda^2 + \frac{1}{R^2 C} \lambda + \omega_0^2 = 0} \text{ eq. car. ; } \Delta = \frac{1}{R^2 C} - 4\omega_0^2 = \frac{\lambda - \omega_0^2}{\lambda + \omega_0^2}$$

$$\bullet 1^{\text{er}} \text{ cas: } \boxed{\Delta < 0} \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm j\frac{\omega_0}{R} \quad (\lambda > \frac{1}{2})$$

$$1 \quad \Rightarrow \boxed{\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm j\frac{\omega_0}{R}} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{\sqrt{4\omega_0^2 - \lambda^2}}{2} = \frac{\sqrt{4\omega_0^2 - 1}}{2R}$$

$$1 \cdot 2^{\text{em}} \text{ cas: } \boxed{\Delta = 0} \quad (\lambda = \frac{1}{2}) \quad \boxed{\lambda = -\frac{1}{2R}}$$

racine double

$$\bullet 3^{\text{em}} \text{ cas: } \boxed{\Delta > 0} \quad (\lambda < \frac{1}{2}) \quad \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2} - \frac{1}{4}\omega_0^2}$$

$$1 \quad \Rightarrow \boxed{\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm j\frac{\omega_0}{R}} \quad ; \quad \lambda = \sqrt{\frac{1}{4R^2} - \frac{1}{4}\omega_0^2} = \frac{\sqrt{1 - 4\omega_0^2}}{2R}$$

3)  $i_L$ : courant traversant une inductance  $\Rightarrow$  fonction continue.  
 $u_C$ : tension aux bornes d'un condensateur  $\Rightarrow$  " "

$$i_L(0-) = i_L(0+) \quad \text{et} \quad u_C(0-) = u_C(0+)$$

Démonstration •

un bonnes  
l'excès  
du TDI  
corrigé



$$4) \quad 2 \text{ racines } \lambda_1 \text{ et } \lambda_2 \Rightarrow i_L(t) = \alpha_1 e^{\lambda_1 t} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$\text{donc: } u_C(t) = u_C(+) = L \frac{d i_L}{dt} = L(\alpha_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + \alpha_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 t})$$

$$\text{CI: } \begin{cases} 0 = \alpha_1 + \alpha_2 \\ u_C = L(\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{u_C}{L} \end{cases} \quad | \times \lambda_1, | \times \lambda_2$$

$$\Rightarrow \lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) = -\frac{u_C}{L} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = -\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{u_C}{L} \\ \alpha_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{u_C}{L} \end{cases}$$

$$3 \quad \Rightarrow \boxed{i_L(t) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \frac{u_C}{L} \left( e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t} \right)}$$

$$5) \quad \text{Régime pseudo-périodique: } \Delta < 0 \quad \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm j\frac{\omega_0}{R} ; \quad \lambda_1 - \lambda_2 = 2j\frac{\omega_0}{R}$$

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{2j\frac{\omega_0}{R}} \cdot \frac{u_C}{L} e^{-\lambda_1 t} (e^{j\lambda_2 t} - e^{-j\lambda_2 t}) = \frac{u_C}{L} e^{-\lambda_1 t} \frac{2 \sin \lambda_2 t}{2j\frac{\omega_0}{R}}$$

$$6) \quad \text{Régime critique: } \Delta = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha = \lambda \\ u_C = L(\beta + \alpha t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_L(t) = (\alpha + \beta t) e^{\lambda t}$$

$$\lambda = -\frac{1}{2R} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2R}$$

$$\Rightarrow u_C(t) = u_C(+) = L \frac{d i_L}{dt} = L(\beta e^{\lambda t} + (\alpha t + \beta)t)$$

$$\Rightarrow u_C(t) = L e^{\lambda t} (\beta + \alpha t) + \beta t$$

$$3 \quad \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \frac{u_C}{L} \end{cases} \Rightarrow \boxed{i_L(t) = \frac{u_C}{L} t e^{-\lambda t}}$$

$$7) \quad \text{Régime asymptotique: } \Delta > 0 \quad \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2R} \pm j\frac{\omega_0}{R} \quad | \times \lambda_1, | \times \lambda_2$$

$$2 \quad \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{2R} \frac{u_C}{L} (e^{\lambda_1 t} - e^{-\lambda_1 t}) e^{-\lambda_2 t} \Rightarrow \boxed{i_L(t) = \frac{u_C}{L} \sinh(\lambda_1 t) e^{-\lambda_2 t}}$$