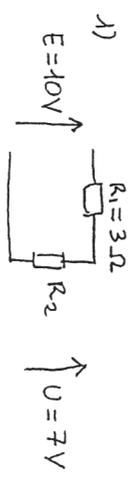
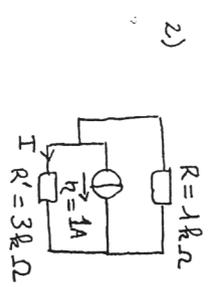


Exercice 4: On utilisera les montages diviseurs.

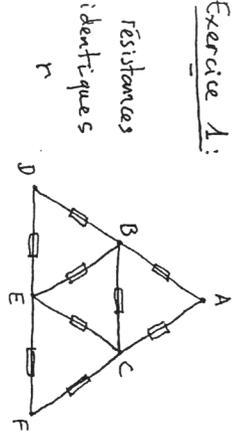


Déterminer R_2 .



Déterminer I .

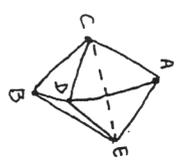
Exercice 1:



Déterminer les résistances équivalentes entre:

- B et E
- A et C
- A et E

Exercice 2:



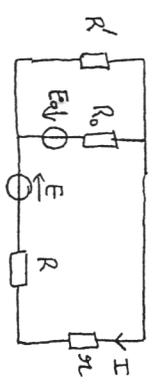
Bipyramide à base triangulaire, arêtes de résistance r .

Résistances équivalentes entre:

- A et B
- A et C

Exercice 5:

Soit le circuit suivant:

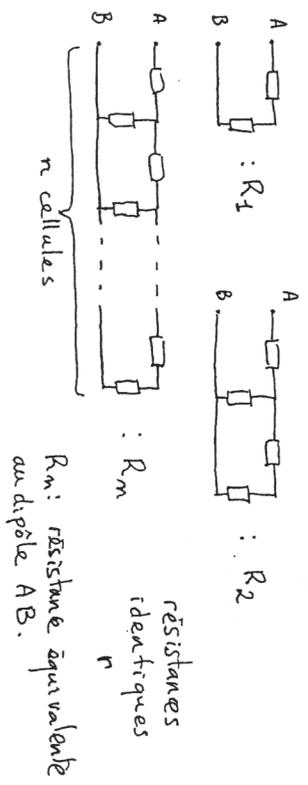


Déterminer I en appliquant successivement les méthodes suivantes:

- 1) directe,
- 2) Equivalence Thévenin/ Norton,

3) loi des nœuds en terme de Potentiels.

Exercice 3:



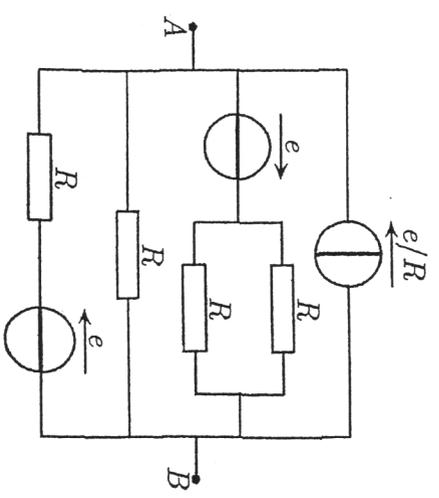
1) Calculer R_1 et R_2 .

2) Donner une relation entre R_n et R_{n+1} .

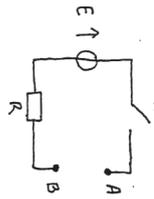
3) Quand $n \rightarrow \infty$ la résistance ne change pas quand on ajoute une cellule. En déduire R_∞ en fonction de n .

Exercice 6: Montrer que le circuit

suivant est équivalent à une résistance dont on donnera l'expression.



Exercice 7

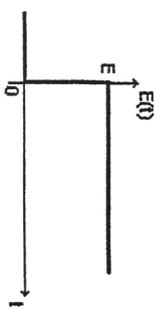
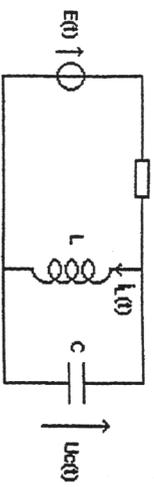


1) On place le condensateur, initialement déchargé, tel que $A = A'$ et $B = B'$.
On ferme K à $t = 0$.
Déterminer $U_{AB}(t)$.
Tracer $U_{AB}(t)$.

2) Une fois la régime permanent atteint on ouvre K. Que vaut U_{AB} ?

On retire le condensateur et sans modifier son état, on le replace tel que $A = B'$ et $B = A'$. Que vaut U_{AB} ?
On ferme K à $t = t_1$.
Déterminer $U_{AB}(t)$.
Tracer $U_{AB}(t)$.

Problème:



Nous désirons déterminer la tension U_C et le courant i_C quelquesoit t.

- 1) Déterminez U_C et i_C , en utilisant le circuit équivalent, pour $t < 0$.
- 2) De même pour t infini.

3) Déterminez $U_C(0^+)$, $i_C(0^+)$, $(di_C/dt)(0^+)$, $i_C(0^+)$ et $(dU_C/dt)(0^+)$.

Nous considérons à partir de maintenant que le facteur de qualité vaut 2.

4) Donnez une allure des courbes $U_C(t)$ et $i_C(t)$.

Quelle est l'expression générale des solutions?

Pour une étude détaillée pour $t > 0$ déterminons l'équation différentielle de $U_C(t)$:

5) Montrez que : $d^2U_C/dt^2 + \omega_0 Q dU_C/dt + \omega_0^2 U_C = 0$

Exprimez ω_0 , Q, et T_e (temps de relaxation en énergie) en fonction de R, L et C.

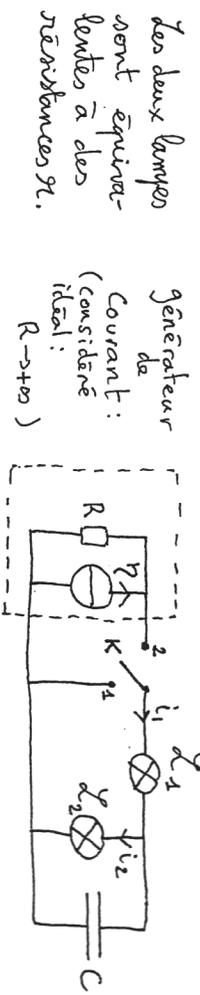
6) Ecrire l'équation caractéristique et ses solutions r_1 et r_2 en introduisant la pseudo-pulsation Ω .

7) Connaissant $U_C(0^+)$ et $(dU_C/dt)(0^+)$ montrer que:

$$u_C(t) = \frac{4E}{\sqrt{15}\omega_0 RC} \left(\frac{1}{4} \omega_0 t \right) \sin \left(\frac{1}{4} \sqrt{15} \omega_0 t \right)$$

8) Expression de $i_C(t)$.

Deux lampes: Soit le circuit suivant :



1) Depuis une durée importante l'interrupteur K est positionné en 1. Nous décionons de le positionner en 2. Déterminer alors l'expression de $i_1(t)$ et $i_2(t)$. Tracer les courbes.

Applications numériques : $R = 10 \Omega$, $C = 100 \text{ mF}$; $E = 1 \text{ A}$

2) Quand K passe de la position 1 à 2, les deux lampes s'allument-elles en même temps ?

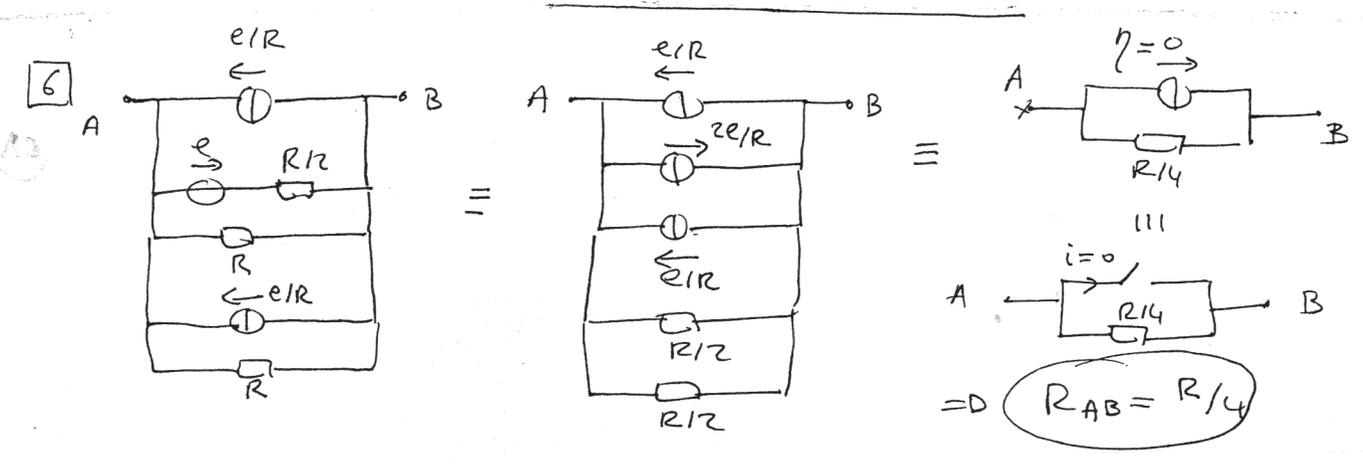
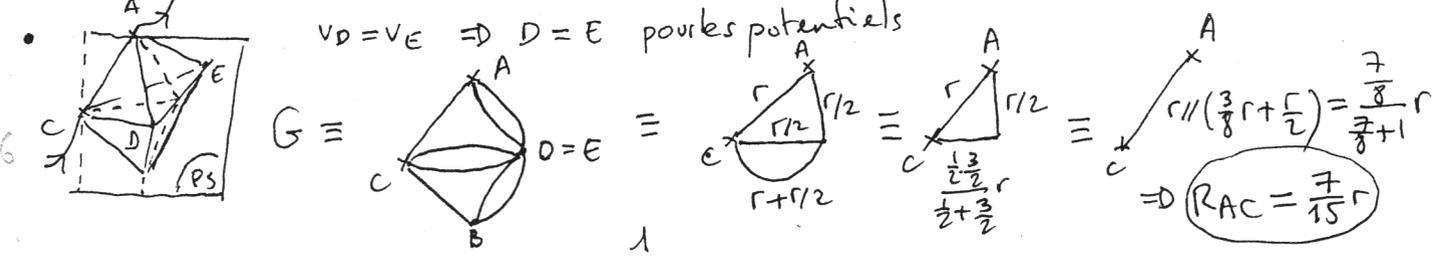
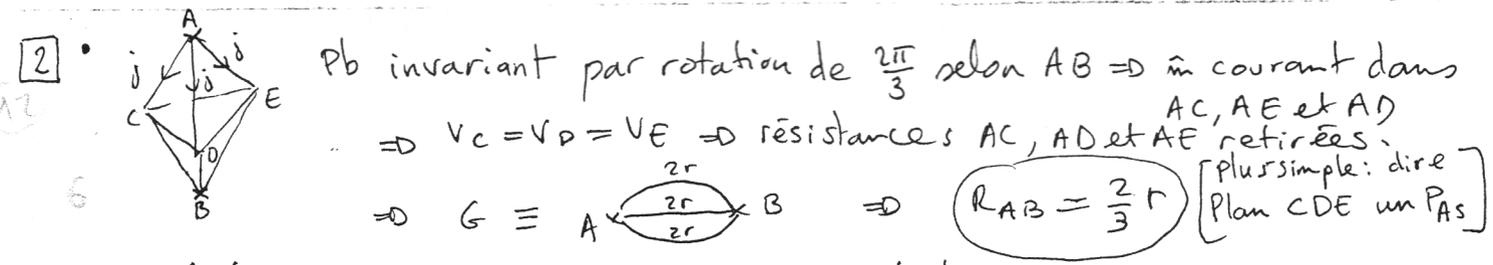
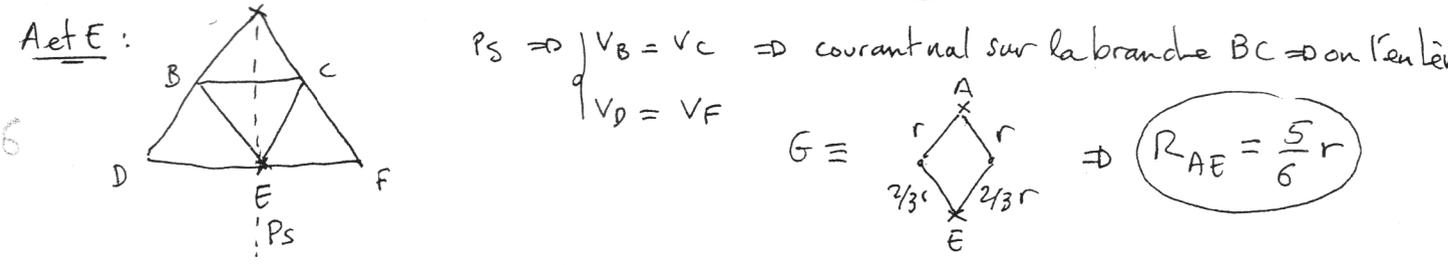
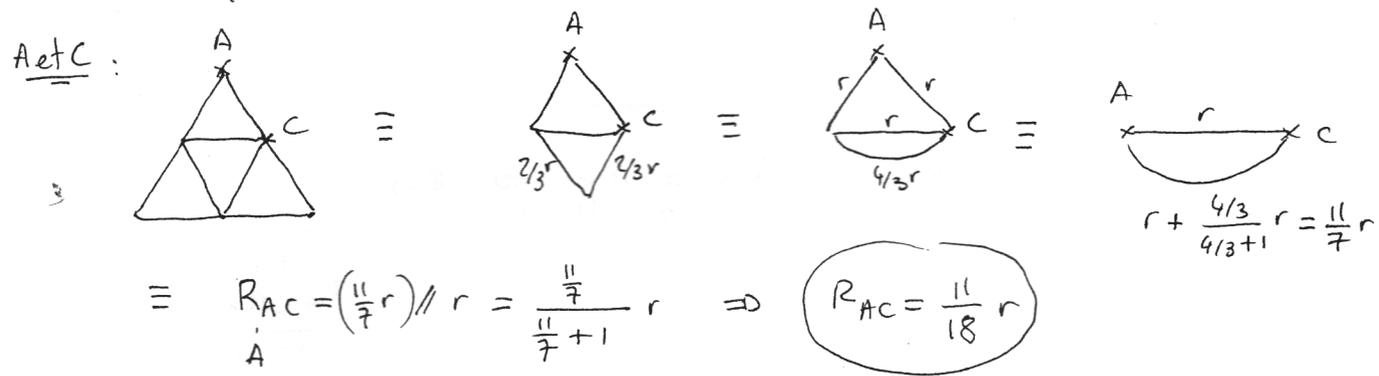
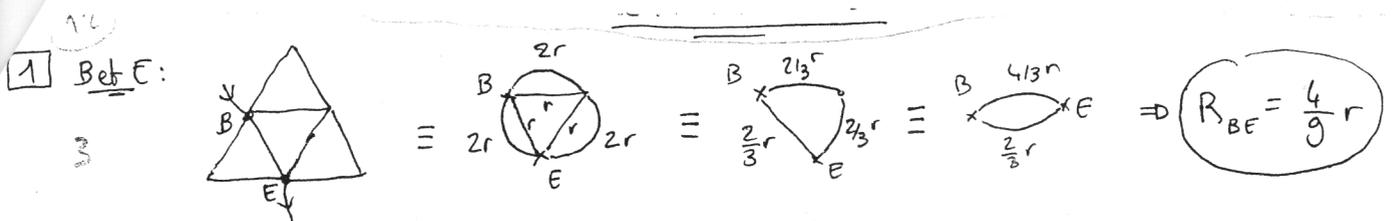
Quelle est la puissance maximale dissipée par les lampes ?

Après combien de temps les lampes ont atteint 90% de leur puissance destinée à l'éclairage.

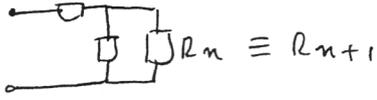
3) Une fois le régime permanent atteint K est placé en position 1. Comment évoluent alors les courants ?

Tracez les courbes.

Décrire le comportement des lampes.



3) 1) $R_1 = 2r$; $R_2 = r + r // 2r = r + \frac{2}{3}r \Rightarrow R_2 = \frac{5}{3}r$

2)  $\Rightarrow R_{n+1} = r + r // R_n$
 $R_{n+1} = r + \frac{rR_n}{r+R_n}$

3) qd $n \rightarrow \infty$: $R_{n+1} \approx R_n = R_\infty \Rightarrow R_\infty = r + \frac{rR_\infty}{r+R_\infty}$

$\Rightarrow (r+R_\infty)R_\infty = r(r+R_\infty) + rR_\infty \Rightarrow rR_\infty + R_\infty^2 = r^2 + rR_\infty + rR_\infty$

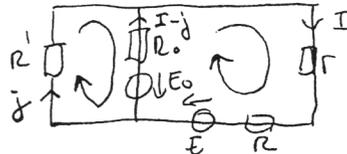
$\Rightarrow R_\infty^2 - rR_\infty - r^2 = 0 \Rightarrow R_\infty = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2}$

$R_\infty > 0 \Rightarrow R_\infty = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r$

4) 1) $U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E \Rightarrow ER_2 = U(R_1 + R_2) \Rightarrow (E - U)R_2 = UR_1$

$\Rightarrow R_2 = \frac{U}{E - U} R_1$ AN : $R_2 = 7\Omega$

2) $I = \frac{R}{R + R'} (-2)$ $I = -\frac{R}{14R'} 2$ AN : $I = -\frac{1}{1+3} \times 1$
 $\Rightarrow I = -0,25 A$

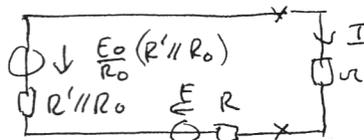
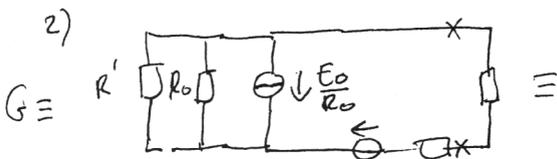
5) 1)  $\begin{cases} -R'j + R_0(I - j) + E_0 = 0 & (1) \\ -rI - RI + E - E_0 - R_0(I - j) = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow j = \frac{E_0 + R_0 I}{R_0 + R'}$

(2) $\Rightarrow -(r + R + R_0)I + E - E_0 + \frac{R_0(E_0 + R_0 I)}{R_0 + R'} = 0$

$\Rightarrow (R_0 + R')(r + R + R_0)I - R_0^2 I = (E - E_0)(R_0 + R') + R_0 E_0$

$\Rightarrow I = \frac{E(R_0 + R') - E_0 R'}{(R_0 + R')(r + R + R_0) - R_0^2}$

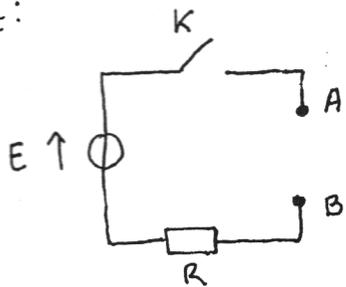


Loi de Pouillet:
 $I = \frac{E - \frac{E_0}{R_0} (R' // R_0)}{r + R + (R' // R_0)}$

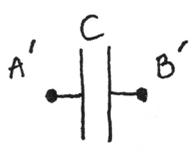
$\Rightarrow I = \frac{E(R' + R_0) - E_0 R'}{(r + R)(R' + R_0) + R' R_0}$

idem 1).

exercice:



1) On place le condensateur, initialement déchargé, tel que $A=A'$ et $B=B'$.
On ferme K à $t=0$.
Déterminer $U_{AB}(t)$.
Tracer $U_{AB}(t)$.

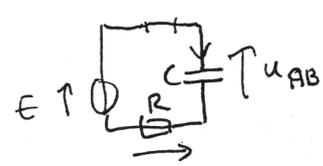


2) Une fois le régime permanent atteint on ouvre K . Que vaut U_{AB} ?

On retire le condensateur et, sans modifier son état, on le replace tel que $A=B'$ et $B=A'$. Que vaut U_{AB} ?
On ferme K à $t=t_1$.

Déterminer $U_{AB}(t)$.
Tracer $U_{AB}(t)$.

7) 1) $t \geq 0$



$$U_R + U_{AB} = E \Rightarrow RC \frac{dU_{AB}}{dt} + U_{AB} = E \Rightarrow \frac{dU_{AB}}{dt} + \frac{U_{AB}}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

avec $\tau = RC$

$$U_{AB} = U_{ABssm} + U_{ABpart}$$

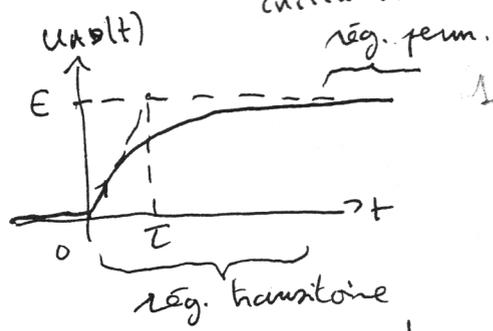
$$U_{ABssm} = \alpha e^{-t/\tau}$$

$$U_{ABpart} = U_{AB(0^+)} = E$$

avec circuit équivalent:

$$\Rightarrow U_{AB}(t) = \alpha e^{-t/\tau} + E$$

continuité car C: $U_{AB}(0^-) = U_{AB}(0^+)$
initialement déchargé: $0 = \alpha + E \Rightarrow \alpha = -E \Rightarrow U_{AB}(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ pour $t \geq 0$



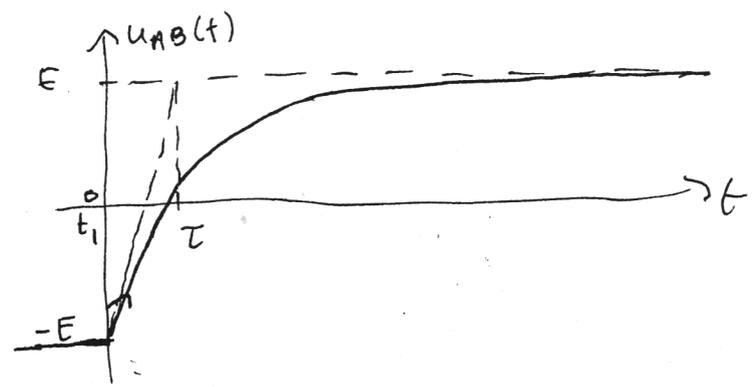
2) régime permanent $\Rightarrow t \rightarrow +\infty \Rightarrow U_{AB} = E$
C est retourné, les bornes restent à vide, il reste donc chargé, la polarisation est inversée: $U_{AB} = -E$ $q_A = q_{B'} = -q_A'$

$t \geq t_1$: \hat{m} circuit $\Rightarrow \hat{m}$ equa. diff. $\Rightarrow \hat{m}$ solution générale
mais CI \neq ! $U_{AB}(t) = \alpha' e^{-t/\tau} + E$ Continuité: $U_{AB}(t_1^-) = U_{AB}(t_1^+)$

$$\Rightarrow -E = \alpha' e^{-t_1/\tau} + E \Rightarrow \alpha' = -2E e^{t_1/\tau}$$

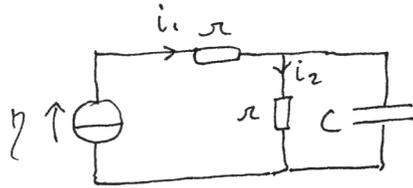
$$\Rightarrow U_{AB}(t) = -2E e^{-(t-t_1)/\tau} + E$$

$$\Rightarrow U_{AB}(t) = E(1 - 2e^{-(t-t_1)/\tau})$$

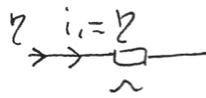


Deux lampes et un condensateur :

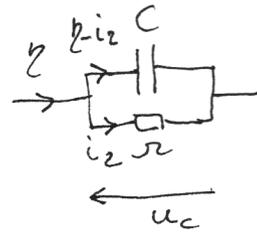
1) Schéma équivalent :
K en 2



2 dipôles en série :



et



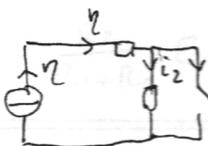
⇒ $i_1(t) = \eta$

$u_c = r i_2$ et $\eta - i_2 = C \frac{du_c}{dt} = rC \frac{di_2}{dt} \Rightarrow \left[\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{\tau} i_2 = \frac{1}{\tau} \eta ; \tau = rC \right]$

$i_2(t) = i_{2ssm}(t) + i_{2part} \begin{cases} i_{2part} = i_2 \cos \\ i_{2ssm}(t) = \alpha e^{-t/\tau} \end{cases}$

⇒ $i_2(t) = \alpha e^{-t/\tau} + \eta$
 Continuité : $i_2(0^+) = i_2(0^-) = i_2(t < 0)$
 u_c continue, $u_c = r i_2 \Rightarrow i_2$ cont.

t_{0^-} :
 rég.
 perm.
 cont.



$i_2 = \eta$ $t < 0$



⇒ $0 = \alpha + \eta$
 ⇒ $i_2(t) = \eta (1 - e^{-t/\tau})$

2) (Courbes en bas de la page)

Puissance :

$P_{max} = r i_{max}^2 = r \eta^2$

AN: $P_{max} = 10W, 20W$ par les 2

$P_2(t) = r i_2^2(t) = r \eta^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$

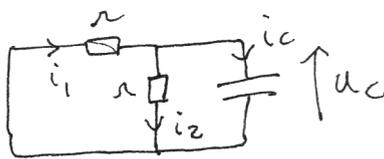
$P_2(t_{90\%}) = \frac{90}{100} r \eta^2 = r \eta^2 (1 - e^{-t_{90\%}/\tau})^2$

2) La lampe 1 s'allume spontanément par contre la lampe 2 s'allume avec un retard de l'ordre de τ :
 $\tau = 10 \times 100 \cdot 10^{-3} = 1s$

⇒ $\sqrt{0,9} = 1 - e^{-t_{90\%}/\tau} \Rightarrow e^{-t_{90\%}/\tau} = 1 - \sqrt{0,9} \Rightarrow t_{90\%} = \ln\left(\frac{1}{1 - \sqrt{0,9}}\right) \tau$

$t_{90\%} \approx 3\tau \approx 3s$

3) schéma équivalent :



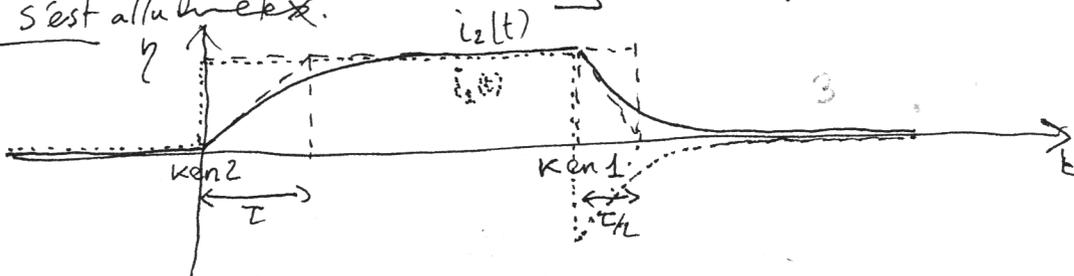
$u_c(0^+) = u_c(0^-) = r i_2(0^-) = r \eta$

$G \equiv u_c \uparrow \left[\frac{1}{r} \right] \Rightarrow u_c(t) = r \eta e^{-2t/\tau}$ car $u_c = -\frac{r}{2} i_c = -\frac{r}{2} C \frac{du_c}{dt}$

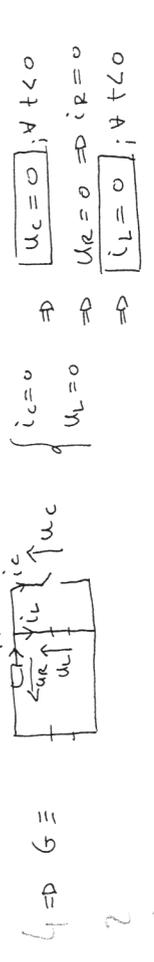
⇒ $\frac{du_c}{dt} + \frac{2}{\tau} u_c = 0$
 et $u_c(t) = \alpha e^{-2t/\tau}$
 ave $u_c(0^+) = \alpha = r \eta$
 (grandeur continue)

Les lampes s'éteignent en τ mais 2 fois plus vite que τ_2 s'est allumée.

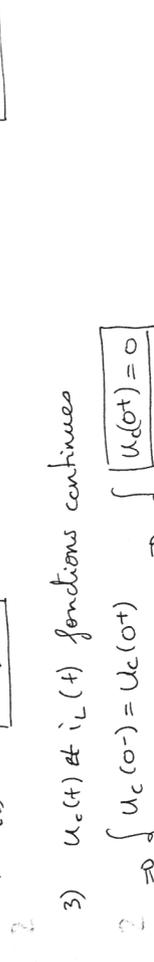
⇒ $i_2 = \frac{u_c}{r} = \eta e^{-2t/\tau} = -i_1$ par symétrie.



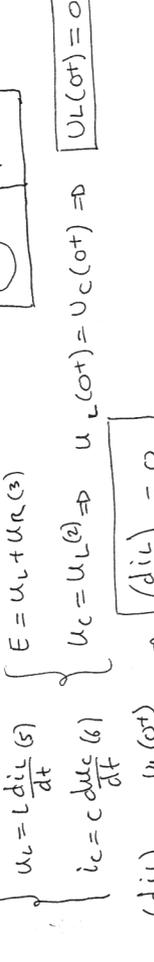
1) $t < 0$ (et en particulier $t=0^-$), rég. perm. continue $\begin{cases} -1 \equiv - \\ \text{ou } 0 \equiv - \end{cases}$



2) $t \rightarrow +\infty$, rég. perm. continue: $G \equiv E \uparrow \begin{cases} i_L \\ u_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_C = 0, \forall t < 0 \\ u_R = 0 \Rightarrow i_R = 0 \\ i_L = 0, \forall t < 0 \end{cases}$



3) $u_C(t)$ et $i_L(t)$ fonctions continues $\Rightarrow \begin{cases} u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0 \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \end{cases}$

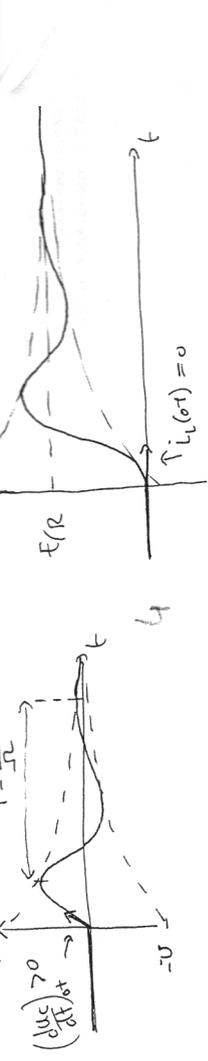


4) $t > 0$ (et en particulier $t=0^+$): $\begin{cases} u_R = R i_L \\ u_L = L \frac{di_L}{dt} \\ i_C = C \frac{du_C}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_C = u_L = 0 \\ u_L(0^+) = 0 \end{cases}$

5) $i_R = i_L + i_C \Rightarrow i_R(0^+) = i_C(0^+) = \frac{E}{R}$ or $\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{0^+} = \frac{E}{RC}$

6) $t > 0 \Rightarrow$ régime pseudo-périodique $\begin{cases} u_C(t) = U e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi_{u_C}) + U_{cte} \\ i_L(t) = I e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi_{i_L}) + E/R \end{cases}$ car $u_C(0) = 0$

$(U, \varphi_{u_C}) \rightarrow C.I.$
 $(I, \varphi_{i_L}) \rightarrow C.I.$



5) (2) & (3) $\Rightarrow E = u_C + u_R$ (4) $\Rightarrow E = u_C + R i_R$
 $\frac{d}{dt} \Rightarrow 0 = \frac{du_C}{dt} + R \frac{di_L}{dt} + R \frac{di_C}{dt}$

(5) (8) $0 = \frac{du_C}{dt} + R \frac{u_C}{L} + RC \frac{d^2 u_C}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$
 $\Rightarrow \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$
 $Q = \omega_0 RC = R \sqrt{\frac{C}{L}}$

6) $u_C(t) = \alpha e^{\lambda_1 t} + \beta e^{\lambda_2 t} \Rightarrow \lambda^2 + \frac{1}{RC} \lambda + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm j\omega_0$
 $\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{4RC^2 - 1}}{2RC}$ si $Q > 3 \Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{35}}{2RC}$ / ici $Q = 2$

7) $u_C(t) = \alpha_1 e^{\lambda_1 t} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t} \Rightarrow \left(\frac{du_C}{dt}\right)_{0^+} = \frac{E}{RC} = \alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2$
 $\Rightarrow \alpha_1 = \frac{E}{2j\omega_0 RC}$ et $\alpha_2 = -\alpha_1 \Rightarrow u_C(t) = \alpha_1 (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t})$

$\Rightarrow u_C(t) = \frac{E}{2j\omega_0 RC} e^{-t/2RC} (e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t})$
 $\Rightarrow u_C(t) = \frac{E}{\omega_0 RC} e^{-t/2RC} \sin(\omega_0 t)$ or $\omega_0 = \frac{\sqrt{35}}{2RC}$ et $Q = \omega_0 RC = 3$

$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\sqrt{35}}{2} \frac{\omega_0}{3} = \frac{\sqrt{35} \omega_0}{6}$ et $\frac{1}{RC} = \frac{\omega_0}{3}$
 $\Rightarrow u_C(t) = \frac{6E}{\sqrt{35} \omega_0 RC} e^{-\omega_0 t/6} \sin\left(\frac{\sqrt{35}}{6} \omega_0 t\right)$

8) $i_L(t) = i_R - i_C = \frac{u_R}{R} - C \frac{du_C}{dt} = \frac{E - u_C}{R} - C \frac{du_C}{dt}$
 $i_L(t) = \frac{E}{R} - u_C/R - C \frac{du_C}{dt} = \dots$ of MAPLE

6 (de suite car $Q = 3 \dots$)
 payer d'après.

```
STUDENT > restart;
STUDENT > eqduc:=diff(uc(t), t, t)+wo*Q*diff(uc(t), t)+wo^2*uc(t)=0;
```

$$eqduc := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} uc(t) \right) + \frac{wo}{Q} \left(\frac{\partial}{\partial t} uc(t) \right) + wo^2 uc(t) = 0$$

```
STUDENT > eqd11:=diff(i1(t), t, t)+wo/Q*diff(i1(t), t)+wo^2*i1(t)=wo^2*R/R;
```

$$eqd11 := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} i1(t) \right) + \frac{wo}{Q} \left(\frac{\partial}{\partial t} i1(t) \right) + wo^2 i1(t) = \frac{wo^2 E}{R}$$

```
STUDENT > Q:=3;
```

```
STUDENT > soluc:=dsolve(eqduc, uc(0)=0, (D(uc))(0)=E/(R+C), uc(t));
```

$$soluc := uc(t) = \frac{E \sqrt{35} e^{-1/6 wo t} \sin\left(\frac{1}{6} \sqrt{35} wo t\right)}{wo R C}$$

```
STUDENT > sol11:=dsolve(eqd11, i1(0)=0, (D(i1))(0)=0, i1(t));
```

$$sol11 := i1(t) = \frac{E e^{-1/6 wo t} \cos\left(\frac{1}{6} \sqrt{35} wo t\right) - \frac{1}{35} E \sqrt{35} e^{-1/6 wo t} \sin\left(\frac{1}{6} \sqrt{35} wo t\right)}{R}$$

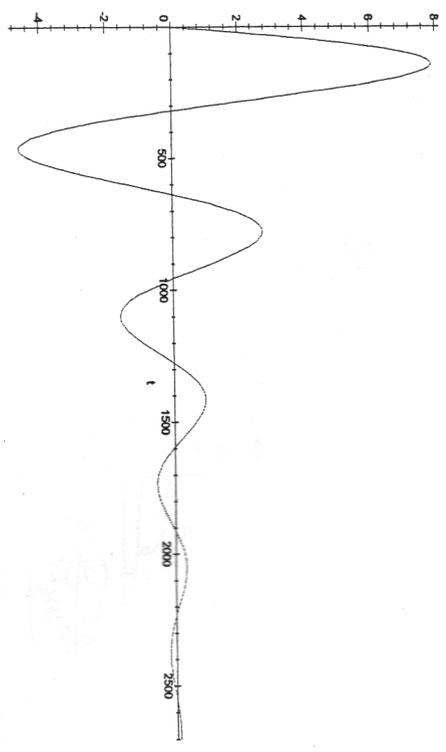
```
STUDENT > assign(soluc);
```

```
STUDENT > assign(sol11);
```

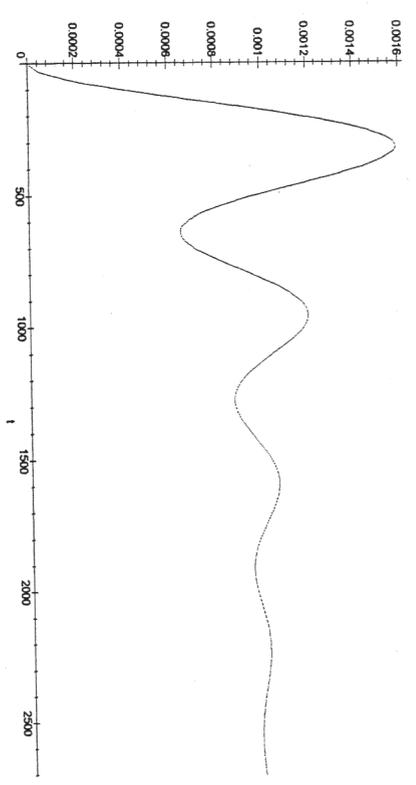
```
STUDENT > E:=1;wo:=0.01;R:=1000;C:=0.01;
```

```
E:=1
wo:=.01
R:=1000
C:=.01
```

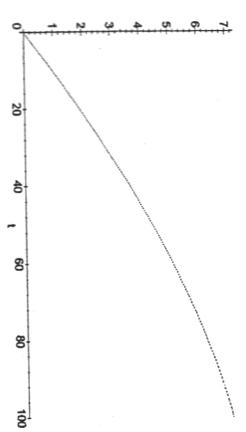
```
STUDENT > plot(uc(t), t=0..2700);
```



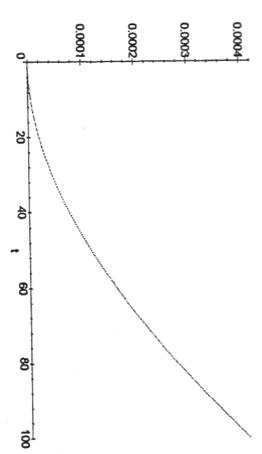
```
STUDENT > plot(i1(t), t=0..2700);
```



```
STUDENT > plot(uc(t), t=0..100);
```



```
STUDENT > plot(i1(t), t=0..100);
```



```
STUDENT >
```