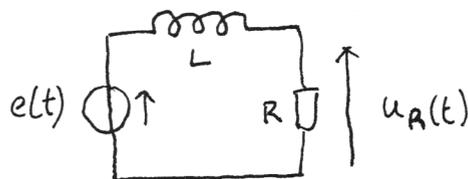


I - Éolienne: Nous avons une éolienne placée à 200 m d'une habitation. Elle fournit une tension sinusoïdale de 220V à une fréquence de 50 Hz. L'habitation est composée d'un petit chauffe-eau de 1 kW, de cinq ampoules de 20W et d'un moteur de 800W. Le chauffe-eau et les ampoules sont assimilés à des résistances, et le moteur a un facteur de puissance de 0,5.

- 1) Quelle est la puissance totale reçue par l'installation ?
- 2) Faire un schéma électrique de l'installation. Représentez l'ensemble sur un diagramme de Fresnel. Calculez le cosφ de l'installation dans son ensemble.
- 3) Pour minimiser les pertes de lignes de l'éolienne à l'habitation nous ajoutons une capacité en parallèle. Quelle doit être sa valeur ?
- 4) Quel est le courant de ligne avant et après modification ? Sachant que nous utilisons des fils de cuivre d'une section de 1 mm<sup>2</sup> et d'une résistance de 17,5 Ω/km, déterminez la puissance économisée.

II → A: Soit le circuit suivant :

avec :  $e(t) = \sqrt{2} E \cos(2\pi ft)$   
 $E = 22V$  ;  $f = 50Hz$  ;  $R = 314\Omega$  ;  $L = 1H$ .



- 1) Représentez à l'aide d'un diagramme de Fresnel les grandeurs électriques.
- 2) Déterminer  $U_{R\text{eff}}$  et  $\varphi_{UR/e}$ .
- 3) Représentez  $e(t)$  et  $u_R(t)$  sur un écran d'oscilloscope.

→ B: Nous considérons le m<sup>ême</sup> montage qu'au A.

1) Sans utiliser la fonction de transfert déterminez les limites haute et basse fréquence du gain de ce filtre.

Type de filtre? (tension d'entrée:  $e(t)$ ; tension de sortie:  $u_R(t)$ )

2) Déterminez la fonction de transfert du filtre. La mettre sous forme canonique.

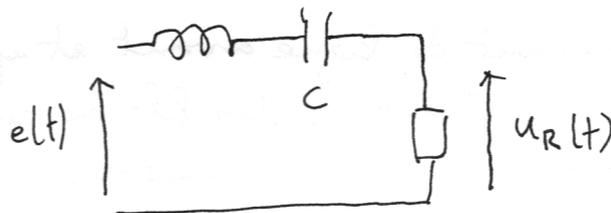
3) Tracez les diagrammes de Bode asymptotiques.

4) Déterminez le gain maximal du filtre.

5) Déterminez la (les) pulsation(s) de coupure. Quelle est la bande passante?

6) Compléter les diagrammes de Bode avec un point supplémentaire (en plus de la (des) coupure(s)).

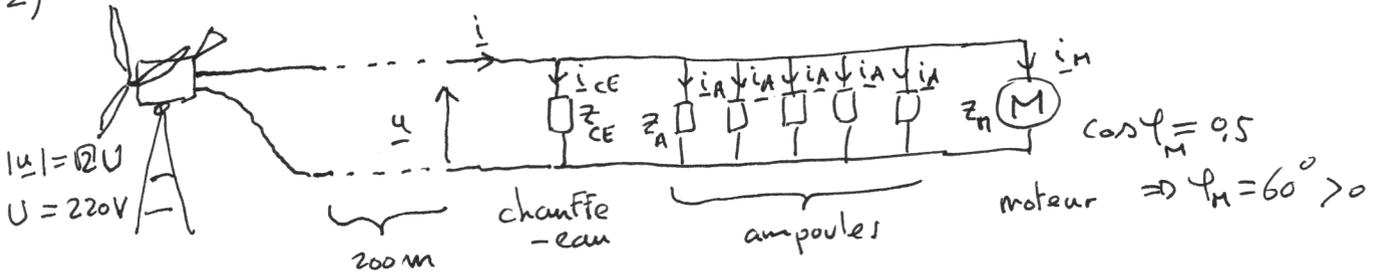
→ C: Nous ajoutons une capacité au montage:



mêmes questions qu'au B. Pour les applications numériques, le facteur de qualité sera pris égal à 3.

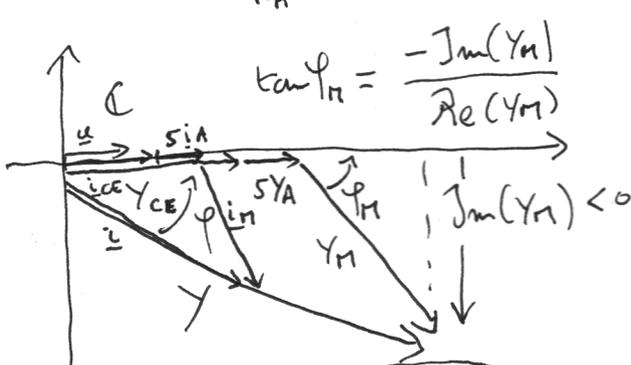
I - Éolienne: 1)  $P = \sum P_i = 1000 + 5 \times 20 + 800 = 1900 \text{ W}$

2)



en parallèle:  $Y = \frac{1}{Z} = Y_{CE} + 5Y_A + Y_M$   $u = u_{CE} = u_A = u_M$   
 $i = i_{CE} + 5i_A + i_M$  or pose:  $\varphi_u = 0$

$Y_{CE} = \frac{1}{R_{CE}}$   $P_{CE} = \text{Re}(Y_{CE}) U_{CE}^2 = \frac{1}{R_{CE}} U^2 \Rightarrow R_{CE} = \frac{220^2}{1000}$   
 $Y_A = \frac{1}{R_A}$   $R_A = \frac{220^2}{20}$  } moteur inductif: bobinage.

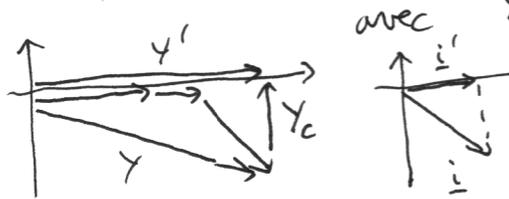


$\tan \varphi = \frac{-\text{Im}(Y_M)}{\text{Re}(Y_{CE} + \text{Re}(5Y_A) + \text{Re}(Y_M))}$

$\tan \varphi = \tan \varphi_M \times \frac{\text{Re}(Y_M)}{\text{Re}(Y)} = \tan \varphi_M \frac{P_M / U^2}{P / U^2}$

$\Rightarrow \tan \varphi = (\tan \varphi_M) \frac{P_M}{P}$   $\Rightarrow \varphi = \arctan(\tan 60^\circ \cdot \frac{98}{199}) \Rightarrow \varphi = 36,1^\circ$   
 $\cos \varphi = 0,808$

3)



avec  $Y_C = -\text{Im}(Y_M)$  on a  $\varphi' = 0$  et  $\cos \varphi' = 1$

$|i'|_{\min} \Rightarrow$  pertes de ligne min  
 $|j\omega C| = (\tan \varphi_M) \frac{P_M}{U^2}$

$\Rightarrow C = \frac{P_M}{2\pi f U^2} \tan \varphi_M$  AN:  $C = \frac{800}{2\pi \cdot 50 \cdot 220^2} \tan 60^\circ \Rightarrow C = 91 \mu\text{F}$

4)

$P = UI \cos \varphi = P' = U'I' \cos \varphi'$   $U' = U \Rightarrow I' = I \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'}$

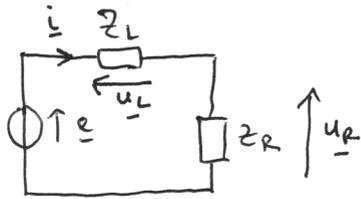
$I = \frac{P}{U \cos \varphi} \stackrel{\text{AN}}{\approx} 10,7 \text{ A}$   $P_e = r_e I^2$

$P_{\text{eco}} = P_e - P'_e = r_e (I^2 - I'^2)$   
 $= (801 \text{ W} - 523 \text{ W})$   
 $r_e = 2 \times 0,2 \times 17,5 = 7 \Omega$

$I' = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi'} \stackrel{\text{AN}}{=} 8,64 \text{ A}$   $P'_e = r_e I'^2$

AN  $\Rightarrow P_{\text{eco}} = 279 \text{ W}$   $2700 \text{ W} \rightarrow 2420 \text{ W} \Rightarrow 10\%$   
 14 ampoules! d'économies.

II A 1)



$Z = Z_L + Z_R$  } Les impédances et les tensions  
 $e = u_L + u_R$  } sont additives en série  
 Ce sont ces quantités qui  
 s'ajouteront tels des vecteurs dans C.

$i_L = i_R = i$  ; on choisit  $\varphi_i = 0$  :  $i = i_m e^{j\varphi_i} = i_m > 0 \in \mathbb{R}^+$

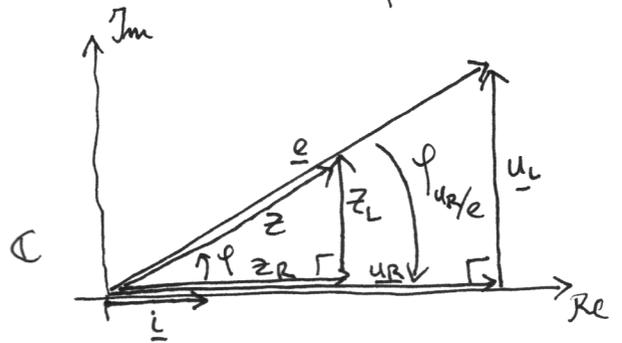
$u_L = u_{Lm} e^{j\varphi_L} = Z_L i_L = Z_L i_m$

$u_L$  colinéaire et de même sens que  $Z_L$

$u_R = Z_R i_m$  idem  $u_R \propto Z_R$

$Z_L = jL\omega$

$Z_R = R$



2)  $\frac{|u_R|}{|e|} = \frac{|Z_R|}{|Z|} = \frac{u_{Rm}}{e_m}$

$\frac{u_{R\text{eff}}}{E} = \frac{R}{|Z_R + Z_L|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$

$(u_R)_{\text{eff}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 4\pi^2 f^2}} E$

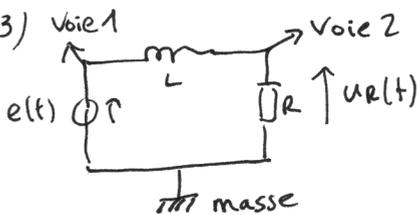
$\varphi_{u_R/e} = -\arg Z = -\arctan \frac{|Z_L|}{|Z_R|}$

AN:  $u_{R\text{eff}} = \frac{314}{\sqrt{314^2 + 1^2 * 4\pi^2 50^2}} \times 22$

$\Rightarrow \varphi_{u_R/e} = -\arctan \left( \frac{2\pi f L}{R} \right)$

$\Rightarrow u_{R\text{eff}} = 15,6 \text{ V}$  et  $\varphi_{u_R/e} = -45^\circ$

3) voie 1

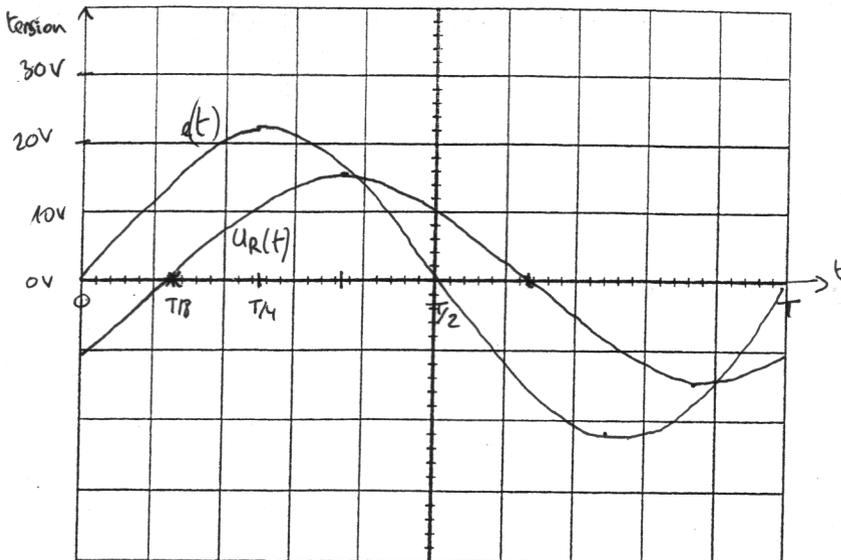


$\tilde{m}$  périodité pour  $e(t)$  et  $u_R(t)$

$u_R(t)$  : Le générateur impose sa fréquence à l'ensemble du montage en régime permanent

$u_R(t)$  en retard sur  $e(t)$   
 (retard temporel de  $T/8$ )

II A 3)



REGLAGES	
voie 1 : nom:	10V/div
sensibilité:	
voie 2 : nom:	10V/div
sensibilité:	
base de temps : 2 ms/div	

II - B - 1)

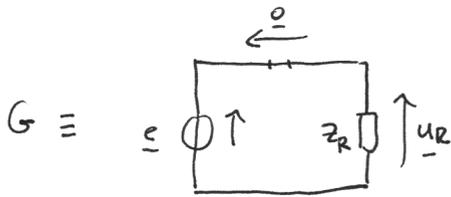
$|z_L| = L\omega$

BF:  $\omega \rightarrow 0 \quad \omega \rightarrow 0 \Rightarrow |z_L| \rightarrow 0$

$\Rightarrow |u_L| = u_{Lm} = |z_L| |i| \rightarrow 0 \Rightarrow \text{sortie} \equiv \text{---}$

HF:  $\omega \rightarrow +\infty \quad \text{---} \equiv \text{---}$

BF:



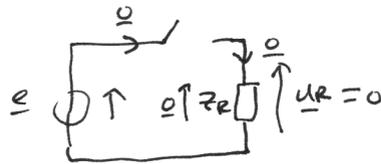
$\Rightarrow u_R = \varepsilon \Rightarrow H = \frac{u_R}{\varepsilon} = 1$

$\Rightarrow G = |H| = 1 \quad \boxed{G_{BF} = 1}$

HF:

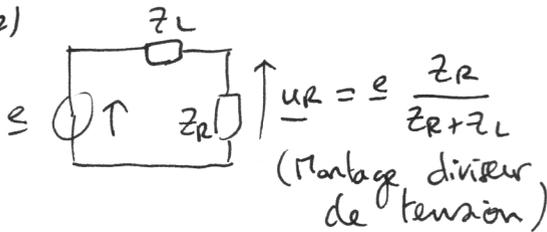
$\Rightarrow H = 0$

$\Rightarrow \boxed{G_{HF} = 0}$



Nous avons un filtre passe-bas.

2)



$\Rightarrow \boxed{H = \frac{z_R}{z_R + z_L} = \frac{R}{R + jL\omega}}$

$\Rightarrow H = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$  on pose:  $\omega_0 = \frac{R}{L}$

pulsation réduite:  $x = \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{H = \frac{1}{1 + jx}}$

3) BF:  $H \sim \frac{1}{1} = 1 \rightarrow$

$G = |H| = 1 \quad G_{dB} = 20 \log G$

$\Rightarrow \underline{(G_{dB})_{BF} = 0 \text{ dB}}$

$\varphi = \arg H \Rightarrow \underline{\varphi_{BF} = 0}$

HF:  $H \sim \frac{1}{jx} \rightarrow G = \frac{1}{x} \Rightarrow \underline{(G_{dB})_{HF} = -20 \log x = -20X}$

$\varphi_{HF} = -\pi/2$

$\rightarrow$  Voir feuille jointe

4)  $G = |H| = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$

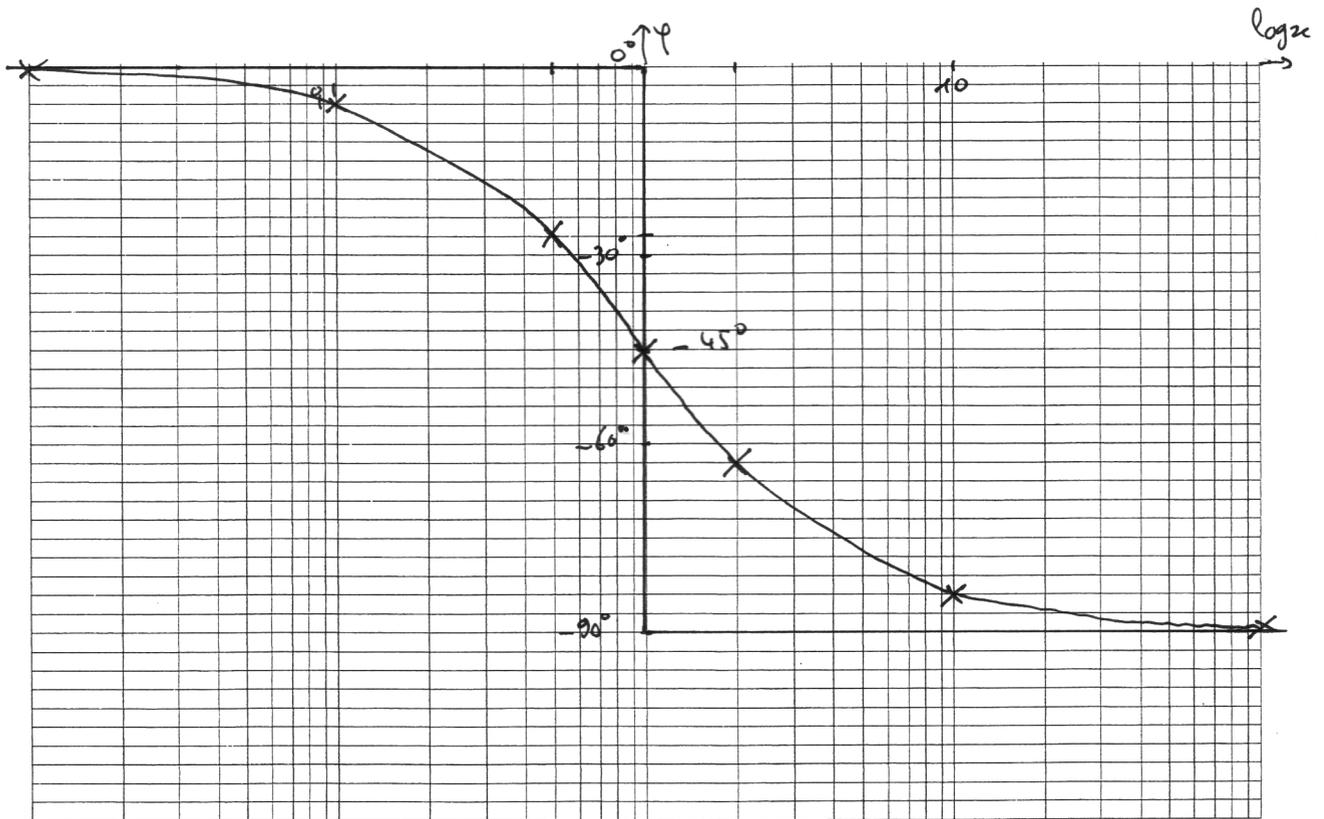
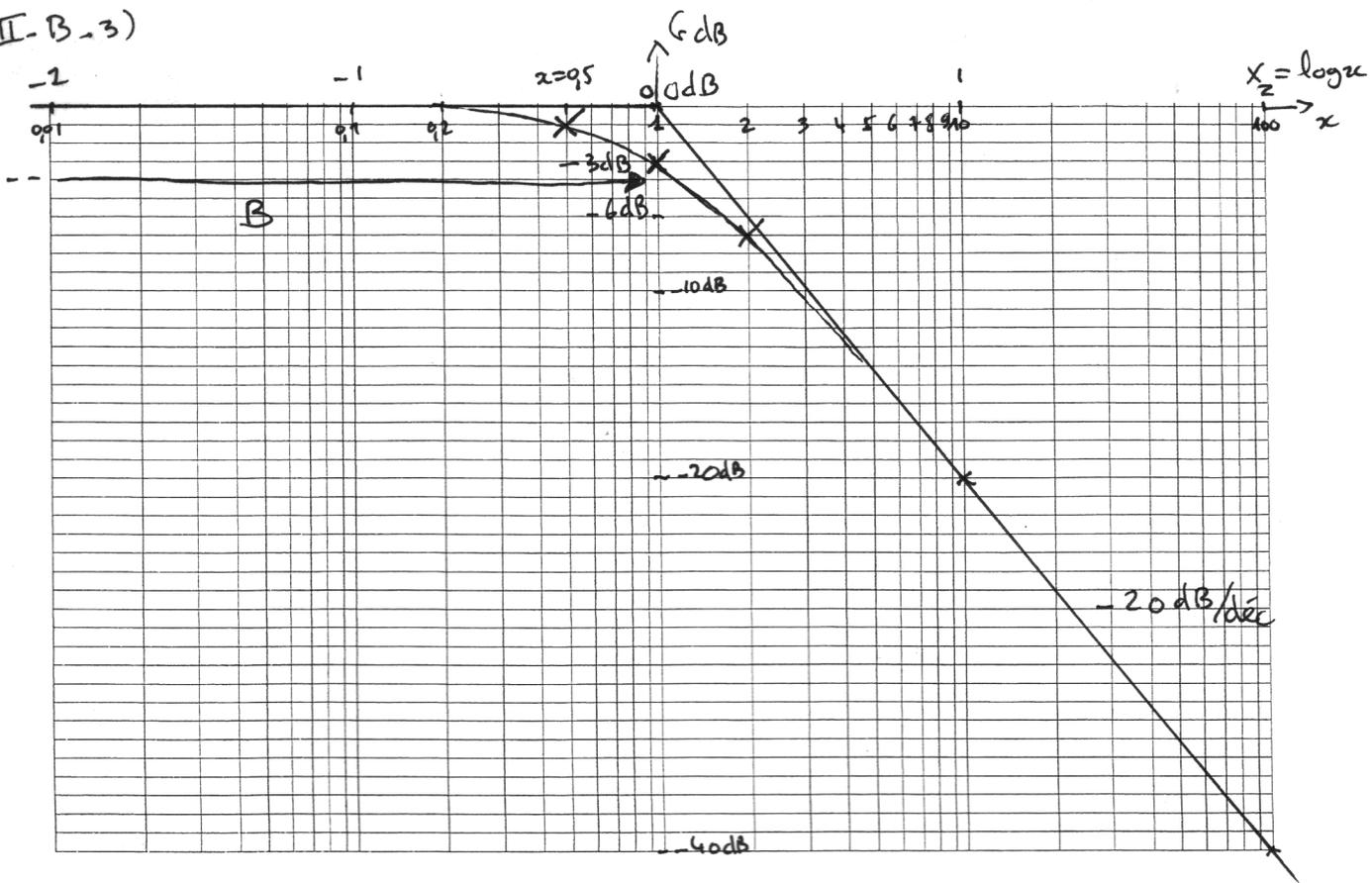
cette expression est maximale pour un dénominateur minimal  $\Rightarrow x_{max} = 0 \Rightarrow \underline{G_{max} = 1}$

5)  $G(\omega_c) = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{1+x_c^2}} \Rightarrow x_c = 1 \Rightarrow \frac{\omega_c = \omega_0}{= 3.14 \text{ rad/s}}$

$G_{dB}(\omega_c) = G_{max, dB} - 3 \text{ dB} = -3 \text{ dB}$

Domaine où  $G > G(\omega_c) \Rightarrow B_w = \omega_c - 0 \Rightarrow \underline{B = \omega_c = \frac{R}{L}}$

II-B-3)



$$6) H_c = \frac{1}{1+j} \Rightarrow \varphi_c = -\pi/4 = -45^\circ$$

$$G_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = -10 \log(1+x^2)$$

$$G_{dB}(x=2) \approx -7 \text{ dB}$$

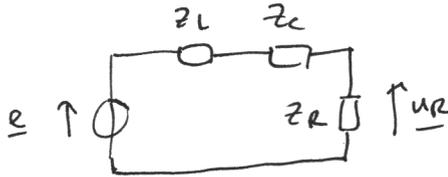
$$G_{dB}(x=1/2) \approx -1 \text{ dB}$$

$$\varphi(x=2) \approx -63^\circ; \quad \varphi(x=10) \approx -84^\circ$$

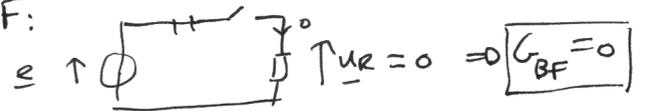
$$\varphi = -\arctan x \quad \varphi(x=1/2) \approx -27^\circ; \quad \varphi(x=0.1) \approx -6^\circ$$

$$\varphi(x=100) \approx -89.4^\circ$$

II.C -



1) BF:



$\Rightarrow$  filtre pass-bande.

$$2) H = \frac{z_R}{z_R + z_C + z_L} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega + LC(j\omega)^2} \xrightarrow{u_R/e} \text{filtre d'ordre 2}$$

$$\xrightarrow{(R)} \left[ 1 + RC \frac{d}{dt} + LC \frac{d^2}{dt^2} \right] u_R(t) = RC \frac{de}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 u_R}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{CL} u_R = \frac{R}{L} \frac{de}{dt} \quad \Rightarrow T_e = \frac{L}{R}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad Q = \omega_0 T_e$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad LC(j\omega)^2 = -x^2$$

$$\text{et } RC\omega = RC\omega_0 \frac{\omega}{\omega_0} = RC \frac{1}{\sqrt{LC}} x = x/Q$$

d'où :

$$H = \frac{jx/Q}{1 + jx/Q - x^2} = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}$$

3) BF :  $H \sim \frac{jx/Q}{1} = jx/Q \rightarrow G = \frac{x}{Q} \Rightarrow G_{dB} = 20 \log x - 20 \log Q$   
 $\Rightarrow (G_{dB})_{BF} = 20X - 20 \log Q$

$$\varphi_{BF} = \pi/2$$

HF :  $H \sim \frac{jx/Q}{(jx)^2} = \frac{1}{jQx} \rightarrow G = \frac{1}{xQ} \Rightarrow (G_{dB})_{HF} = -20X - 20 \log Q$   
 $\varphi_{HF} = -\pi/2 \rightarrow$  Voir feuille  $(\approx -95 \text{ dB})$

4)  $G = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - 1/x)^2}}$   $x_{max} = 1 \Rightarrow G_{max} = 1 \Rightarrow G_{dB,max} = 0 \text{ dB}$   
 $\omega_{\text{résonance}} = \omega_0 \quad \forall Q$

5)

$$G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2(\omega_c - 1/\omega_c)^2}} \Rightarrow Q^2(\omega_c - 1/\omega_c)^2 = 1$$

$$\Rightarrow Q(\omega_c - 1/\omega_c) = \pm 1 \Rightarrow \omega_c^2 - 1 = \pm \omega_c/Q$$

$$\Rightarrow \omega_c^2 \mp \omega_c/Q - 1 = 0 \Rightarrow \omega_c = \frac{\pm 1/Q \pm \sqrt{1/Q^2 + 4}}{2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \omega_c = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q} \Rightarrow \boxed{\omega_c = \omega_0 \left( \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q} \right)}$$

$$B = \omega_{c+} - \omega_{c-} \Rightarrow \underline{B = \frac{\omega_0}{Q} = \Delta\omega}$$

6)  $Q = 3$ :  $\omega_{c+} \approx 0,85$   $\omega_{c-} \approx 1,18$

$$G_{dB} = -10 \log(1 + Q^2(\omega - 1/\omega)^2) \begin{cases} \nearrow G_{dB}(\omega = 2) = -13,3 \text{ dB} \\ \qquad = G_{dB}(\omega = 1/2) \end{cases}$$

$$\varphi = -\arctan[Q(\omega - 1/\omega)] \begin{cases} \nearrow \varphi(\omega = 2) = -77^\circ \\ \searrow \varphi(\omega = 1/2) = 77^\circ \end{cases}$$

$$\varphi_{\omega=1} = 0^\circ$$

S

II-C-3)

Résonance aigüe

