

### Modèle atomique de Bohr : Hydrogène

Dans ce modèle planétaire l'électron a un mouvement circulaire de centre O et de rayon  $r$ . Sa masse est  $m_e$ . La masse du proton,  $m_p$ , est considérée très grande devant celle de l'électron.

1) Déterminez la vitesse de l'électron en fonction de  $e$ ,  $\epsilon_0$ ,  $r$  et  $m_e$ .

Bohr postula la quantification du moment cinétique de l'électron:

$$\sigma = \|\vec{\sigma}_e\| = n \hbar \quad \text{avec} \quad \hbar = h/2\pi \\ \text{et} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

2) Déterminez le rayon en fonction de  $n$ ,  $\epsilon_0$ ,  $\hbar$ ,  $m_e$  et  $e$ .

AN: calculez  $r$  pour  $n=1$ .

3) Déterminez la vitesse en fonction de  $e$ ,  $\epsilon_0$ ,  $\hbar$  et  $n$ .

AN: calculez  $v$  pour  $n=1$ .

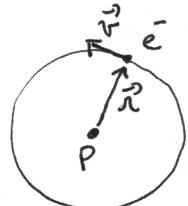
L'approche non relativiste est-elle justifiée ?

Données:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  ;  $1/4\pi\epsilon_0 = 8 \cdot 10^9 \text{ SI}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

# Modèle atomique de Bohr : Hydrogène

Modèle planétaire: l'électron tourne autour du proton.

$m_p \gg m_e$ : le p est supposé fixe.



trajectoire supposée circulaire

$$RFD: m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m(\vec{a}_N + \vec{a}_T) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \vec{N} \quad (\text{force attractive})$$

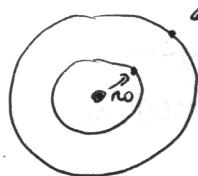
$$\vec{a}_N = \frac{v^2}{r} \vec{N} \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r}$$

quantification du moment cinétique:  $\sigma = n \hbar$  (approche quantique)

$$\hbar = h/2\pi \quad h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\vec{\sigma} = \vec{r} \times m\vec{v} \Rightarrow \sigma = r m v = n \hbar \Rightarrow v = \frac{n \hbar}{m r}$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r} \Rightarrow r_n = n \frac{24\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2}$$



niveaux d'énergie quantifiés

niveau fondamental:  $n=1$

$$r_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2}$$

(Rayon de Bohr)

$$AN: r_0 = \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^9 (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9 \cdot 10^{-31}}$$

$$r_0 = \frac{(6,62)^2}{4\pi^2 \cdot 9 \cdot (1,6)^2 \cdot 9,1} \cdot 10^{-68-9+38+31} \cdot -8$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$$

$$r_0 \approx 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0,53 \text{ \AA}$$

taille caractéristique d'un atome

vitesse d'un électron au niveau fondamental:

$$v_0 = \frac{\hbar}{m} \frac{m e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} \Rightarrow v_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar}$$

$$AN: v_0 \approx \frac{(1,6)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-31}}{6,62} \cdot 10^{-38+9+34} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow v = c/137$$

$v \ll c$ : traitement non relativiste justifié.

$$\underline{\text{Énergie de l'électron:}} \quad E_m = \frac{1}{2} m v^2 + E_p$$

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} ; \quad E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\left( \vec{F} = -\vec{\nabla} E_p, \quad \vec{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \vec{u}_r \right) \Rightarrow \vec{\nabla} E_p = \frac{d E_p}{dr} \vec{u}_r = \frac{1}{2} m \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\vec{\nabla} E_p = \frac{d E_p}{dr} \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow E_m = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Rightarrow E_m = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m e^2}{m^2 4\pi\epsilon_0 h^2}$$

$$\Rightarrow E_m = -\frac{1}{m^2} E_0$$

$$\boxed{E_0 = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m}{2h^2}}$$

$$\text{AN: } E_0 = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow E_0 = 13,6 \text{ eV}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

1 électron-volt : énergie acquise par un  $e^-$  sous une ddp de un volt.