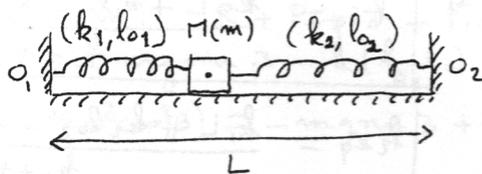


Exercices donnés en colle

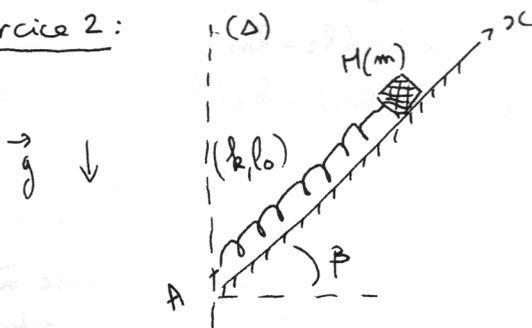
Exercice 1:



Soit un point Π , de masse m , supposé ponctuel.

- a) longueurs des ressorts à l'équilibre?
- b) Même question si l'ensemble est vertical?
- c) Pulsation des oscillations dans les 2 cas?

Exercice 2:



Absence de frottements.

- 1) longueur du ressort à l'équilibre?
- 2) Equation du mvt? pulsation des oscillations?
- 3) Mêmes questions en présence d'un frottement fluide: $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.
- 4) l'ensemble est mis en rotation uniforme autour de l'axe (O) à la vitesse angulaire ω . Mêmes questions.

E1. Solution : a) $\vec{y} \uparrow$ $\vec{R} = R \vec{e}_y$ on a: $l_1 \vec{e}_y + l_2 \vec{e}_y = L$; $\vec{P} = -mg \vec{u}_y$
 $\vec{T}_1 = k_1(l_1 - l_{01}) \vec{u}_y$
 $\vec{T}_2 = -k_2(l_2 - l_{02}) \vec{u}_x$

RFD: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$
 $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \text{sur } x: k_1(l_1 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(l_2 \vec{e}_y - l_{02}) = 0$
 $\Rightarrow k_1(l_1 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(L - l_1 \vec{e}_y - l_{02}) = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} l_1 \vec{e}_y = \frac{k_2 L + k_1 l_{01} - k_2 l_{02}}{k_1 + k_2} \end{array} \right.$
 et $\left| \begin{array}{l} l_2 \vec{e}_y = \frac{k_1 L + k_2 l_{02} - k_1 l_{01}}{k_1 + k_2} \end{array} \right.$ (1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1)
 Si ressort identiques: $l_{eq} = L/2$

b) $\vec{g} \downarrow$ $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$ $\vec{T}_1 = k_1(l_1 - l_{01}) \vec{u}_z$ $\vec{T}_2 = -k_2(l_2 - l_{02}) \vec{u}_z$
 $\vec{a} \vec{l}_{eq} \Rightarrow k_1(l_1 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(l_2 \vec{e}_y - l_{02}) - mg = 0$
 $\Rightarrow k_1(l_1 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(L - l_1 \vec{e}_y - l_{02}) - mg = 0$
 $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} l_1 \vec{e}_y = \frac{k_2 L + k_1 l_{01} - k_2 l_{02} + mg}{k_1 + k_2} \end{array} \right.$
 $\left| \begin{array}{l} l_2 \vec{e}_y = \frac{k_1 L + k_2 l_{02} - k_1 l_{01} - mg}{k_1 + k_2} \end{array} \right.$
 $k_1(L - l_2 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(l_2 \vec{e}_y - l_{02}) - mg = 0 \Rightarrow$

c) en mouvement:
 $l_2 = \vec{O}_2 M = \vec{O}_2 O + \vec{O} M = l_2 \vec{e}_y + z$
 $l_1 = \vec{M} O_1 = \vec{M} O + \vec{O} O_1 = l_1 \vec{e}_y - z$
 $\vec{O} M = z \vec{u}_z \quad \vec{v} = \dot{z} \vec{u}_z \quad \vec{a} = \ddot{z} \vec{u}_z$
 RFD: $m \vec{a} = \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2$
 $m \ddot{z} = -mg + k_1(l_1 - l_{01}) - k_2(l_2 - l_{02})$
 $m \ddot{z} = -mg + k_2(l_1 \vec{e}_y - z - l_{01}) - k_2(l_2 \vec{e}_y + z - l_{02})$
 $m \ddot{z} = -(k_1 + k_2)z - mg + k_1(l_1 \vec{e}_y - l_{01}) - k_2(l_2 \vec{e}_y - l_{02})$
 $\Rightarrow \ddot{z} + \frac{k_1 + k_2}{m} z = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \omega_0 = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \end{array} \right.$ \hat{m} chose \vec{a} l'horizontale ($g=0$)

E2. solution 1) $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ sur $x: 0 - mg \sin \beta - k(l \vec{e}_y - l_0) = 0$
 $\Rightarrow l \vec{e}_y = l_0 - \frac{mg \sin \beta}{k} < l_0$
 2) $0 - mg \sin \beta - k(l - l_0) = m \ddot{x} = -mg \sin \beta - k(l_{eq} + x - l_0)$
 $l = \vec{A} M = \vec{A} O + \vec{O} M = l \vec{e}_y + x \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \end{array} \right.$
 $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{array} \right.$
 3) $\vec{a} \vec{l}_{eq}: \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{f} = -\alpha \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \hat{m}$ chose qu'au 1)
 en mot: $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} + \vec{f} = m \vec{a} \Rightarrow m \ddot{x} = -\alpha \dot{x} - kx$
 $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \ddot{x} + \frac{\alpha}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \end{array} \right.$ $\Rightarrow \ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow Q = \omega_0 \tau = \frac{m}{\alpha} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\sqrt{m k}}{\alpha}$
 eq. car.: $d^2 + \frac{1}{\tau} d + \omega_0^2 = 0$

$$\Rightarrow d_{1,2} = -\frac{1}{2\tau_e} \pm j\Omega ; \quad \Omega = \frac{\sqrt{4\omega_0^2 - 1/\tau_e^2}}{2} = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$$

(si oscillations! $\Rightarrow Q > 1/2$)

$$\triangle \omega_0 = \Omega$$

4) le réf. est non galiléen \Rightarrow s'ajoutent les forces d'inertie : $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e$

à l'éq: $\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r = \vec{0}$ car $\vec{v}_r = \vec{0}$ $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c$
 $\vec{a}_e = -\omega^2 \vec{HM} \Rightarrow \vec{F}_{ie} = m\omega^2 \vec{HM}$
 $\vec{F}_{ie} \cdot \vec{u}_{sc} = m\omega^2 \vec{HM} \cdot \vec{u}_{sc} = m\omega^2 HM \cos \beta$
 $HM = l \cos \beta = m\omega^2 l \cos^2 \beta$

Où le nouveau bilan: $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$
 $0 - mg \sin \beta - k(l_{eq} - l_0) + m\omega^2 l \cos^2 \beta = 0$

$$\Rightarrow l_{eq} (k - m\omega^2 \cos^2 \beta) = -mg \sin \beta + k l_0 \Rightarrow l_{eq} = \frac{k l_0 - mg \sin \beta}{k - m\omega^2 \cos^2 \beta}$$

($\exists r \quad \omega < \sqrt{\frac{k}{m} \frac{1}{\cos^2 \beta}}$)

En tout: $0 - mg \sin \beta - k(l_{eq} + x - l_0) + m\omega^2 (l_{eq} + x) \cos^2 \beta = m\ddot{x}$

$$-x(k - m\omega^2 \cos^2 \beta) = m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0'^2 x = 0$$

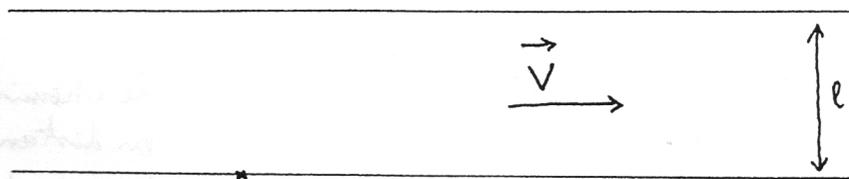
avec $\omega_0' = \sqrt{\frac{k}{m} - \omega^2 \cos^2 \beta}$ ($\exists si$)

si non \Rightarrow équilibre instable et le ressort casse

si frottement: analogue 3).

Bateaux

Deux bateaux traversent une rivière de largeur l ; leur vitesse par rapport à l'eau est $\vec{v} = cte$, la vitesse du courant est $\vec{V} = cte$. Le premier met le temps le plus court, le second emprunte le chemin le plus court. Comparer les durées mises par les deux bateaux pour traverser la rivière.



Atomes

La force qui s'exerce entre deux atomes d'une molécule diatomique est donnée par:

$$\vec{F} = -\alpha/x^7 + \beta/x^{13} \vec{u}_x$$