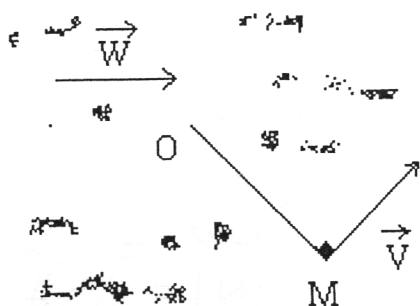


Exercice 6: le grand tour

Un bateau se déplace dans un courant de vitesse $\vec{w} = \overrightarrow{C^{ste}}$. Sa vitesse propre par rapport à l'eau immobile est notée \vec{v} . Le capitaine désire tourner autour d'un phare situé en O . Pour cela, il dirige son bateau, situé en M , de telle manière que $(\overrightarrow{OM}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} \quad \forall t$ (figure ci-dessous). Déterminer l'équation de la trajectoire $\rho(\theta)$ de M .



Exercice 6: de grand tour.

(R): Ref du phare

(R'): Ref de l'eau immobile

$$\vec{v}_{M,R} = \vec{w} + \vec{v}_{M,R'}$$

$$\vec{w} = w(\cos\theta \vec{u}_\rho - \sin\theta \vec{u}_\theta)$$

$$\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho \Rightarrow \vec{v}_{M,R} = \dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{v}_{M,R} = \vec{v} = v \vec{u}_\theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\rho} - w \cos\theta = 0 & \Rightarrow \frac{d\rho}{dt} = w \cos\theta \\ \rho \dot{\theta} + w \sin\theta = v & \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{v - w \sin\theta}{\rho} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{w \cos\theta d\theta}{v - w \sin\theta} \Rightarrow \ln \rho = - \ln(v - w \sin\theta) + \text{cte} \Rightarrow \rho = a(v - w \sin\theta)^{-1}$$

pour $\theta = 0, \rho = \rho_0 \Rightarrow$

$$\rho = \rho_0 / (1 - \frac{w}{v} \sin\theta)$$

Equation d'une ellipse :



phare: un des foyers de l'ellipse