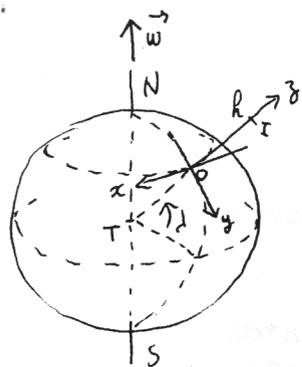


Déviations vers l'Est



$$\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_c = -2m\omega \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos d \\ \sin d \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = -2m\omega \begin{pmatrix} -\cos d \dot{z} - \sin d \dot{y} \\ \sin d \dot{x} \\ \cos d \dot{x} \end{pmatrix}$$

$$m\vec{a}_c = \vec{P} + \vec{F}_{ic} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 2\omega \cos d \dot{z} + 2\omega \sin d \dot{y} \\ \ddot{y} = -2\omega \sin d \dot{x} \\ \ddot{z} = -g - 2\omega \cos d \dot{x} \end{cases}$$

Masse sans vitesse initiale lâchée en I ($z_0 = h$), position en O? $h = 330 \text{ m}$, $d = 45^\circ$

1^{ère} Méthode: Coriolis: effet faible $\Rightarrow \Delta x, \Delta y \ll \Delta z \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t} \ll \frac{\Delta z}{\Delta t}$ soit $\dot{x}, \dot{y} \ll \dot{z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} \approx 2\omega \cos d \dot{z} = -2g\omega \cos d t \Rightarrow \dot{x} = -g\omega \cos d t^2 \Rightarrow x(t) = -\frac{1}{3}g\omega \cos d t^3 \\ \ddot{y} \approx 0 \\ \ddot{z} \approx -g \Rightarrow z = -gt \Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + h \Rightarrow t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_0 = -\frac{1}{3}g\omega \cos d \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2} \Rightarrow \text{AN: } x_0 = -9,3 \text{ cm}$$

$x_0 < 0 \Rightarrow$ Dév. vers l'Est
AN: $x_0 = -9,3 \text{ cm}$

Rmq: méthode approximative, pas très facile de voir ce que l'on néglige.

l'effet est bien faible $\ll h$

2^{ème} Méthode: RFD: les forces (causes) engendrent une modification de la position du point M (effet)

$m\vec{a} = \vec{F}$; l'effet de Coriolis est à nouveau considéré faible. Nous allons utiliser une méthode itérative. A l'ordre zéro: l'effet de Coriolis n'existe pas au niveau des forces:

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(0)} = 0 \\ \ddot{y}^{(0)} = 0 \\ \ddot{z}^{(0)} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}^{(0)} = 0 \\ \dot{y}^{(0)} = 0 \\ \dot{z}^{(0)} = -gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^{(0)} = 0 \\ y^{(0)} = 0 \\ z^{(0)} = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

↑ ordre zéro

On utilise ce résultat pour passer à l'ordre 1, premier effet de Coriolis:

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(1)} = 2\omega \cos d \dot{z}^{(0)} + 2\omega \sin d \dot{y}^{(0)} \\ \ddot{y}^{(1)} = -2\omega \sin d \dot{x}^{(0)} \\ \ddot{z}^{(1)} = -g - 2\omega \cos d \dot{x}^{(0)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}^{(1)} = -2\omega \cos d g t + 0 \\ \ddot{y}^{(1)} = 0 \\ \ddot{z}^{(1)} = -g + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}^{(1)} = -2\omega \cos d g t^2 + 0 \\ \dot{y}^{(1)} = 0 \\ \dot{z}^{(1)} = -gt + 0 \end{cases}$$

\hat{m} équats qu'avec la première méthode $\Rightarrow \hat{m}$ résultats
on pourrait réitérer mais la correction serait infime:

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(2)} = 2\omega \cos d \dot{z}^{(1)} + 2\omega \sin d \dot{y}^{(1)} = -2\omega \cos d g t + 0 \\ \ddot{y}^{(2)} = -2\omega \sin d \dot{x}^{(1)} = -2\omega \sin d (-2\omega \cos d g t^2) = 4\omega^2 \sin d \cos d g t^2 \\ \ddot{z}^{(2)} = -g - 2\omega \cos d \dot{x}^{(1)} = -g - 2\omega \cos d (-2\omega \cos d g t^2) \end{cases}$$

$$t_0 \approx \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow y(t) = \frac{1}{12}g\omega^2 \sin(2d)t^4 \Rightarrow y_0 \approx \frac{1}{3} \frac{\omega^2 h^2}{g} \sin(2d) \text{ au Nord } y_0 > 0 \Rightarrow \text{vers le sud}$$

AN: $y_0 = 20 \mu\text{m}$! mesurable.

Rmq: Méthode beaucoup plus fine est rigoureuse. On sait où on va. Marche tant que l'effet est faible.

Autre situation physique: On effectue le lancement vertical d'une fusée avec une vitesse initiale v_0 de 500 m/s , où retombe-t-elle?

$$\text{ordre zéro} \begin{cases} x^{(0)}(t) = 0 \\ y^{(0)}(t) = 0 \\ z^{(0)}(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \end{cases} \quad \text{ordre un} \begin{cases} \ddot{x}^{(1)}(t) = 2\omega \cos d (-gt + v_0) \\ \ddot{y}^{(1)}(t) = 0 \\ \ddot{z}^{(1)}(t) = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}^{(1)}(t) = -g\omega \cos d t^2 + 2\omega v_0 \cos d t \\ \dot{y}^{(1)}(t) = 0 \\ \dot{z}^{(1)}(t) = -gt + v_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^{(1)}(t) = -\frac{1}{3}g\omega \cos d t^3 + \omega v_0 \cos d t^2 \Rightarrow x_c = -\frac{1}{3}g\omega \cos d \frac{8v_0^3}{g^3} + \omega v_0 \cos d \frac{4v_0^2}{g^2} = \frac{4}{3}\omega \cos d \frac{v_0^3}{g^2} > 0 \\ x^{(1)}(t) = 0 \\ z^{(1)}(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow z_c = 0 \Rightarrow t_{c(1)} = \frac{2v_0}{g} \\ h = (-\frac{1}{2}g \frac{v_0}{g} + v_0) \frac{v_0}{g} \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow h = 983 \text{ m} \end{cases}$$

Elle retombe à l'Ouest! AN: $x_c = 1,9 \text{ m}$

STUDENT > #Influence de la force de Coriolis sur la formation d'un cyclone au Nord

STUDENT > restart;

STUDENT > eqdr:=-f+2*rho*w*r(t)*diff(theta(t),t)-alpha*diff(r(t),t)
)=rho*(diff(r(t),t,t)-r(t)*diff(theta(t),t)^2);

$$eqdr := -f + 2 \rho w r(t) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right) - \alpha \left(\frac{\partial}{\partial t} r(t) \right) = \rho \left(\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} r(t) \right) - r(t) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right)^2 \right)$$

STUDENT > eqdtheta:=-2*rho*w*diff(r(t),t)-alpha*r(t)*diff(theta(t),t)
)=rho*(2*diff(r(t),t)*diff(theta(t),t)+r(t)*diff(theta(t),t,t));

$$eqdtheta := -2 \rho w \left(\frac{\partial}{\partial t} r(t) \right) - \alpha r(t) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right) = \rho \left(2 \left(\frac{\partial}{\partial t} r(t) \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} \theta(t) \right) + r(t) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \theta(t) \right) \right)$$

STUDENT > f:=10000/1000000; rho:=1.29; w:=2*Pi/(3600*23+56*60+4);
alpha:=0.0002;

$$f := \frac{1}{100}$$

$$\rho := 1.29$$

$$w := \frac{1}{43082} \pi$$

$$\alpha := .0002$$

STUDENT > systeme:={eqdr,eqdtheta};

STUDENT > systeme:=evalf(systeme);

STUDENT > CI:={r(0)=1000000,D(r)(0)=0,theta(0)=0,D(theta)(0)=0};

STUDENT > s:=dsolve(systeme union CI,{r(t),theta(t)},numeric);

s:=proc(rkf45_x) ... end

STUDENT > with(plots,odeplot):

STUDENT > odeplot(s,[r(t)*cos(theta(t)),r(t)*sin(theta(t))],0..86400,numpoints=500);

