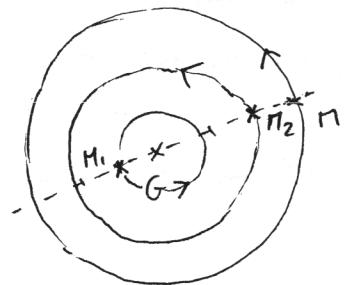


Exercices

- La particule fictive effectue une trajectoire circulaire de rayon R . Ce système est constitué de deux particules, m_1 de masse $m_1 = 2m$ et M_2 de masse $m_2 = m$.
Déterminez les trajectoires de m_1 et M_2 . Faire un schéma.
 - Considérons le système Terre-Lune. Les astres sont à symétrie sphérique. La Terre de centre T a une masse M_T . La lune de centre L a une masse M_L . La distance Terre-Lune est notée D . On suppose les trajectoires circulaires.
 - 1) Nous considérons la masse de la Terre très grande devant celle de la Lune, où sont G , barycentre du système, et M_1 , la particule fictive ? Calculez la masse réduite.
Quels sont les mouvements de la Terre et de la Lune ?
Déterminer l'expression de la vitesse de la Lune sur sa trajectoire.
 - 2) Maintenant $M_T = 81 M_L$.
Deduire à partir du 1) les trajectoires de L et T . Ainsi que leurs vitesses v_L et v_T . Schéma. A.N.
 - Mouvement de la Terre autour du Soleil :
 - 1) Le mouvement est circulaire. Déterminez la vitesse de la Terre dans le référentiel héliocentrique.
Calculez la période de révolution.
 $d_{T-S} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$.
 - 2) En fait la distance Terre-Soleil varie légèrement :
 $d_{T-S} = (149 \pm 2,5) \cdot 10^6 \text{ km}$.
Déterminez les paramètres de la conique : e, p, a, b et c .
Calculez la nouvelle période de révolution.
- Données : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

Résolution



$$\vec{r}_1 \vec{r}_2 = \vec{G} \vec{r}$$

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \vec{O} \vec{r}_1 + m_2 \vec{O} \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{E} \vec{r}_1 = \vec{G} \vec{r} + \vec{O} \vec{r}_1 = \frac{(m_1 + m_2) \vec{O} \vec{r}_1 - m_1 \vec{O} \vec{r}_1 - m_2 \vec{O} \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{E} \vec{r}_1 = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}_1 \vec{r}_2 = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{G} \vec{r} = - \frac{1}{3} \vec{G} \vec{r}$$

$$\vec{E} \vec{r}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{G} \vec{r} = \frac{2}{3} \vec{G} \vec{r}$$

\vec{r}_1 et \vec{r}_2 trajectoires circulaires: $\begin{cases} R_1 = R/3 \\ R_2 = 2/3 R \end{cases} \quad M_1 M_2 = R = GM = R_1 + R_2$

- 1) $M_L \vec{GL} + M_T \vec{GT} = 0 \Rightarrow r_L (\vec{GT} + \vec{TL}) + r_T \vec{GT} = 0$
 $\Rightarrow \vec{GT} = + \frac{M_L}{M_L + M_T} \vec{LT}$ si $r_T \gg M_L \Rightarrow \vec{GT} \approx \vec{0} \Rightarrow G = T$
 or $\vec{Gr} = \vec{TL} \Rightarrow \underline{M = L} . \quad \mu = \frac{M_L M_T}{M_L + M_T} \approx \frac{M_L M_T}{M_T} \approx M_L, \underline{\mu \approx M_L}$

La Terre est immobile en G.

La Lune effectue une trajectoire circulaire de rayon D et de centre T.

base de Frenet: $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{T} + \frac{v^2}{D} \vec{N}$ RFD: $M_L \vec{a} = \vec{F} = +G \frac{M_L M_T}{D^2} \vec{N}$
 $\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cste} \Rightarrow M_L \frac{v^2}{D} = G \frac{M_L M_T}{D^2} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{GM_T}{D}}}$

2) $GL = \frac{81}{82} D . GT = \frac{1}{82} D$: Trajectoire circulaire de centre G.



$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{v_L}{GL} = \frac{v_T}{GT} = \frac{v}{D}$$

$$\boxed{v_L = \frac{81}{82} v} ; \boxed{v_T = \frac{1}{82} v}$$

$$g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{D}}$$

$$v_L = \frac{81}{82} \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{D}} \stackrel{\text{AN}}{=} 1020 \text{ m/s} \\ \stackrel{\text{AN}}{=} 3700 \text{ km/h}$$

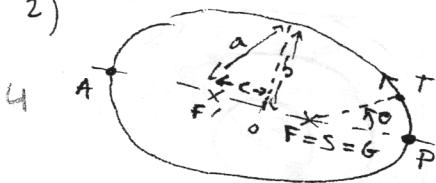
$$v_T = \frac{1}{82} \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{D}} \stackrel{\text{AN}}{=} 12,6 \text{ m/s} \\ \stackrel{\text{AN}}{=} 45 \text{ km/h}$$

• Correction : mouvement de la Terre autour du Soleil.

(4) $\tau_s \gg \tau_T$ (idem question précédente) ... $\tau_T = \sqrt{\frac{GM_S}{d_{T-S}}}$ AN $= 29,8 \cdot \text{km/s}$

$\tau_T = \frac{2\pi d_{T-S}}{v_{\text{terre}}}$, $T_m = \frac{2\pi d_{T-S}}{\tau_T} = 2\pi \frac{d_{T-S}^{3/2}}{\sqrt{GM_S}}$ AN $= 31,6 \cdot 10^6 \text{s}$
 $= 365,78 \text{ journées}$

2)



$$r_p = GP \quad r = \frac{P}{1 + e \cos \theta} \quad r_A = r(\theta=\pi) = \frac{P}{1-e}$$

$$r_A = GA \quad r_p = \frac{P}{1+e}$$

$$\Rightarrow r_A(1-e) = r_p(1+e)$$

$$\Rightarrow e = \frac{r_A - r_p}{r_A + r_p} = \frac{2 \times 2,5}{2 \times 149} \Rightarrow e = 0,017$$

2) $P = r_p \left(1 + \frac{r_A - r_p}{r_A + r_p}\right) \Rightarrow P = \frac{2r_A r_p}{r_A + r_p}$ AN $P \approx 149 \cdot 10^6 \text{ km} (= 148,98 \cdot 10^6 \text{ km})$

3) $2a = r_p + r_A \Rightarrow a = \frac{r_p + r_A}{2}$ AN: $a = 149 \cdot 10^6 \text{ km}$

6) $b^2 = a^2 - c^2 = (a-c)(a+c) = r_p r_A$ $b = \sqrt{r_p r_A}$ AN: $b \approx 149 \cdot 10^6 \text{ km}$
 $(= 148,98 \cdot 10^6 \text{ km})$

$$c^2 = a^2 - b^2 = \left(\frac{r_p + r_A}{2}\right)^2 - r_p r_A \quad \text{AN: } c = 2,5 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$= \frac{1}{4}(r_p^2 + r_A^2 + 2r_A r_p - 4r_p r_A) \Rightarrow c = \frac{1}{2}(r_A - r_p)$$

$$\frac{a^3}{T^2} \approx \frac{GM_S}{4\pi^2} \quad (\text{si } \tau_s \gg \tau_T) \quad T = a^{3/2} \frac{2\pi}{\sqrt{GM_S}} \quad \text{AN: } T = 365,78 \text{ j.s}$$

5) C'est la même ! car $a_2 = d_{T-S}$ à cause des valeurs approchées, τ_s par exemple.
 $T \neq 365,25 \text{ j.s}$