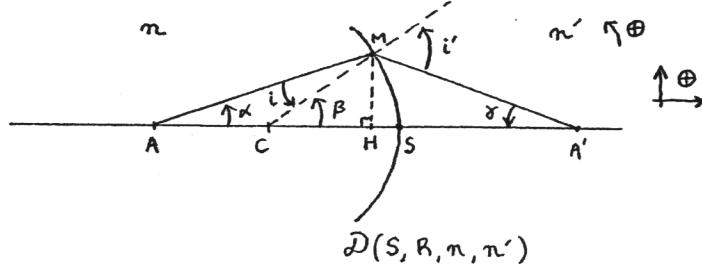


Dioptrés sphériques et lentilles sphériques

1) Nous considérons un dioptre sphérique de rayon $R = \overline{SC}$.



- a) à partir des notations de la figure établir dans le cadre de l'approximation de Gauss la relation de conjugaison au sommet du dioptre sphérique.
- b) Déterminer les foyers image ($f' = \overline{SF'}$) et objet ($f = \overline{SF}$). Comparez le signe de f et f' .
- 2) Une lentille mince sphérique est un système optique constitué de deux dioptrés sphériques ($D_1(S_1, R_1, 1, n)$ et $D_2(S_2, R_2, n, 1)$) accolés ($S_1 \approx S_2 \approx 0$).

- a) Retrouver la relation de conjugaison d'une lentille mince sphérique.
- b) Quelle est l'expression de sa vergence ?

3) Aberrations chromatiques.

la distance focale d'une lentille mince sphérique est donnée par : $\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$.

Pour le flint léger : $n_R = 1,567$ pour $\lambda_R = 768 \text{ nm}$ (Rouge)
 $n_B = 1,594$ pour $\lambda_B = 434 \text{ nm}$ (Bleu)

Rayons de courbure: $R_1 = 1 \text{ m}$; $R_2 = -2 \text{ m}$

- a) La lentille est-elle convergente ou divergente ?
 Faire un schéma.

- b) Calculer la distance focale de la lentille pour les deux longueurs d'onde indiquées.
- c) Tracer les rayons pour ces deux radiations dans le cas d'un objet à l'infini sur le schéma du a).

Dioptrics et lentilles sphériques (corrigé détaillé)

1) a) • quantités algébriques définies positives :

angles : $\alpha, \beta, \gamma, i, i'$ (sens positif $\oplus \rightarrow$)

distances : $\bar{AH}, \bar{CH}, \bar{HA}, \dots$ (sens positif horizontal $\oplus \rightarrow$)

\bar{HM} (sens positif vertical $\uparrow \oplus$)

autres

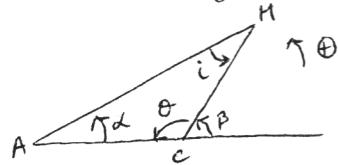
Exemples : $\rightarrow \bar{SH} < 0$ (sens de $\leftarrow \oplus$ vers H) ; $\rightarrow \bar{AA}' > 0$ (sens inverse de \oplus vers A')

$\rightarrow \Delta AHS$: $s < 0$ (sens $\nearrow E = \downarrow \oplus$), inv de $\nearrow \oplus = \downarrow \oplus$ et $s = -i$

$$\begin{aligned} \rightarrow \pi &> 0 & +\pi &\nearrow \oplus & +\pi &\nearrow \oplus \\ \rightarrow \theta &=? & \theta = -\frac{\pi}{2} &\text{ car } \downarrow \oplus & \rightarrow \bar{MH} &< 0 \text{ (sens } \downarrow \oplus) \end{aligned}$$

Après ce petit intermède sur les quantités algébriques venons en au 1)a) :

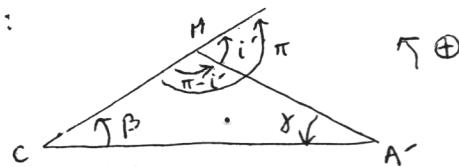
• Dans le triangle (ACM) :



$$\alpha, i, \theta > 0 \Rightarrow \alpha + i + \theta = \pi$$

$$\theta? : \underbrace{-\beta}_{-\beta} \nearrow \oplus \quad \underbrace{-\beta}_{-\beta} \quad \theta = \pi - \beta \Rightarrow \alpha + i + (\pi - \beta) = \pi \\ \Rightarrow \alpha + i - \beta = 0 \\ \Rightarrow i = \beta - \alpha \quad (1)$$

• Dans le triangle (CMA') :



$$\gamma, \beta, (\pi - i') > 0 \Rightarrow \gamma + \beta + (\pi - i') = \pi \Rightarrow i' = \gamma + \beta \quad (2)$$

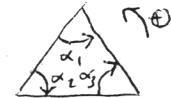
rem : dans un triangle

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi \quad \triangle$$

$$\hat{A}, \hat{B}, \hat{C} > 0$$

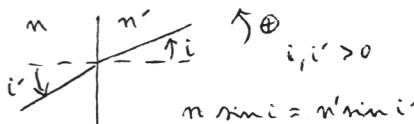


•



$$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \pi \\ \text{car } \alpha_1 > 0, \alpha_2, \alpha_3 < 0$$

• Loi de Descartes pour la réfraction :



$$\text{Approximation de Gauss : } \sin i \approx i, \sin i' \approx i \Rightarrow m_i = m'_i \quad (3)$$

rem:



$$-m \sin i = m' \sin i' \\ \text{car } \sin(-i) = -\sin i$$

$$\cdot (3), (1)(2) \Rightarrow m(\beta - \alpha) = m'(\gamma + \beta) \Rightarrow m'\gamma + m\alpha = (m - m')\beta \quad (*)$$

$$\cdot \text{Dans le triangle (AHM)} : \alpha, \bar{HM}, \bar{AH} > 0 \Rightarrow \tan \alpha \approx \alpha = \frac{\bar{HM}}{\bar{AH}}$$

$$\text{" " " (CHM)} : \beta, \bar{HM}, \bar{CH} > 0 \Rightarrow \beta \approx \frac{\bar{HM}}{\bar{CH}}$$

$$\text{" " " (A'HM)} : \gamma, \bar{HM}, \bar{HA}' > 0 \Rightarrow \gamma \approx \frac{\bar{HM}}{\bar{HA}'}$$

$$\cdot \text{Approx de Gauss} \Rightarrow H \cong S \Rightarrow m' \frac{\bar{HM}}{\bar{SA}'} + m \frac{\bar{HM}}{\bar{AS}} = (m - m') \frac{\bar{HM}}{\bar{CS}} \Rightarrow \boxed{\frac{m'}{\bar{SA}'} - \frac{m}{\bar{AS}} = \frac{(m - m')}{\bar{SC}}} ; R = \bar{SC}$$

relation de conjugaison du dioptrice sphérique au sommet.

1) b) Foyer image : point image pour lequel le point objet est à l'infini.

$$A \rightarrow \infty \Rightarrow A' = F' \text{ et } \frac{m'}{\overline{SF'}} = \frac{(n'-n)}{R} \Rightarrow f' = \frac{n'R}{(n'-n)} \quad (1)$$

Foyer objet : ...

$$A' \rightarrow \infty \Rightarrow A = F \text{ et } -\frac{m}{\overline{SA}} = \frac{(n-n')}{R} \Rightarrow f = -\frac{mR}{(n-n')} \quad (2)$$

n et $n' > 0$ d'où de part le signe - dans (2), f et f' de signes opposés.

$$2) a) A \xrightarrow[(ii)]{D_1(S_1, R_1, 1, n)} A_1 \xrightarrow[(iii)]{D_2(S_2, R_2, n, 1)} A'$$

$$(i) \left\{ \frac{m}{\overline{S_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1 A}} = \frac{(n-1)}{\overline{S_1 C_1}} = \frac{(n-1)}{R_1} \right.$$

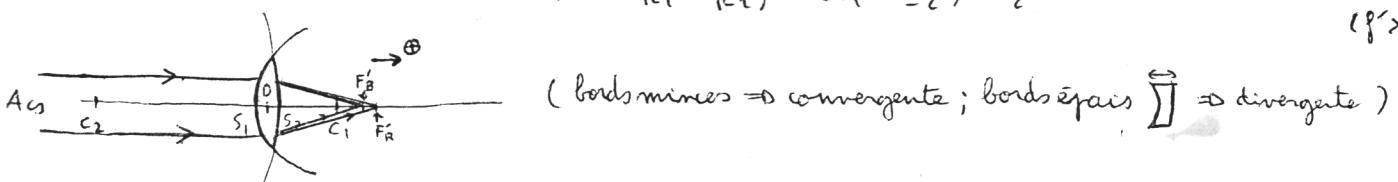
$$(ii) \left\{ \frac{1}{\overline{S_2 A'}} - \frac{m}{\overline{S_2 A_1}} = \frac{(1-n)}{\overline{S_2 C_2}} = \frac{(1-n)}{R_2} \right. \text{ accolés} \Rightarrow S_1 \approx S_2 \approx 0,$$

$$\text{d'où: } (i) + (ii) \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{(n-1)}{R_1} + \frac{(1-n)}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{soit } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec: } \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$b) V = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$3) a) (n-1) > 0 \text{ car } n > 1 ; \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{-2} \right) = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow V > 0 \Rightarrow \text{convergente} \quad (f' > 0)$$



$$b) \frac{1}{f'_B} = (n_B - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \stackrel{\text{A.N.}}{\Rightarrow} f'_B = 1,12 \text{ m} \quad \text{idem} \stackrel{n_R}{\Rightarrow} f'_R = 1,18 \text{ m}$$

c) voir schéma du a) \Rightarrow aberrations chromatiques.

4) a) Il s'agit bien de 2 lentilles constituées chacune de 2 dioptres (soit 4 dioptres au total dont un est commun).

$$\cdot L(R_1, R_2, n) : V_L = V_L = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\cdot L'(R_2, R_3, n') : V_{L'} = V_{L'} = (n'-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\cdot Y = \{ L, L' \} \text{ accolées : d'après le théorème de vergences: } V_Y = V_L + V_{L'} \\ \Rightarrow V_Y = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + (n'-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right)$$

$$b) V_Y = (n-1) C + (n'-1) C' \quad (**)$$

C et C' sont des facteurs géométriques qui ne dépendent pas de la longueur d'onde λ .

