

## Exo 4

I. Deux corps de volumes constants, de températures respectives  $T_1$  et  $T_2$ , ont pour capacité calorifique respective  $C_1$  et  $C_2$ . Ils sont mis en contact thermique, sans échange de chaleur avec l'extérieur.

### Exercice 1: Gaz Parfait

Calculer le travail, le transfert thermique fourni par le milieu extérieur ainsi que la variation d'énergie interne et d'entropie pour les transformations suivantes (réalisées de manière réversible) d'une mole de gaz parfait

- 1- isotherme
- 2- isobare
- 3- isochore

4- polytropique ( $PV^k = C^{ste}$ ), puis adiabatique

### Exercice 2

Partant d'une température de 290 K, on chauffe une casserole d'un litre d'eau jusqu'à 370 K à l'aide d'une gazinière qui maintient une température constante de 1000 K. On néglige tout processus d'évaporation. On néglige la capacité calorifique de la casserole. On donne  $C_{eau} = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Calculer la variation d'entropie de la masse d'eau, l'entropie échangée avec le thermostat (la gazinière) et l'entropie créée.

### Exercice 3

Un courant de 1 A circule pendant 1 heure dans une résistance de  $40 \Omega$ . La pièce dans laquelle est effectuée l'expérience est à une température constante de 300 K. Calculer la variation d'entropie de la résistance entre le début et la fin de l'expérience (lorsque la température de la résistance s'est à nouveau égalisée avec celle de la pièce).

Calculer l'entropie échangée avec le thermostat (la pièce) et l'entropie créée.

1. Quelle est la température finale  $T_f$ ? Quelle est la limite de  $T_f$  lorsque  $C_2 \gg C_1$ ? Que représente alors le corps (2) vis-à-vis du corps (1) ?

2. Bilan d'entropie.

- (a) Calculer la variation d'entropie  $\Delta S_1$  pour le corps (1). Quel est le signe de  $\Delta S_1$ , sachant que  $T_1 > T_2$ ? Ce résultat était-il prévisible?
- (b) Donner sans calcul le signe de  $\Delta S_2$ .
- (c) On suppose que  $C_1 = C_2$ . Calculer la variation d'entropie  $\Delta S_T$  du système (1)+(2). Le résultat est-il conforme au Second Principe de la Thermodynamique?

## Exo 5

II. On considère un solide de volume constant ( $S$ ), de masse m et de chaleur mésique constante c. Le solide, initialement à la température  $T_1$ , est mis en contact avec un thermostat ( $\mathcal{T}$ ) à la température  $T$ .

1. Calculer la variation d'entropie du solide dans cette transformation. Que signifie son signe?
2. Calculer la variation d'entropie du thermostat ( $\mathcal{T}$ ). En déduire la valeur de la variation d'entropie  $\Delta S_T$  du système ( $\mathcal{T} + S$ ). Le signe est-il prévisible?
3. Indépendamment des valeurs numériques choisies, montrer que  $\Delta S_T$  est bien toujours positive. Pour cela, on étudiera la fonction  $\Delta S_T = f(T_1/T)$ . Examiner le cas où  $T_1 \simeq T$ .

$$\text{A.N. } m = 1 \text{ kg}, \quad T_1 = 500 \text{ K}, \quad T = 290 \text{ K}, \quad C = 1 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

## Exo 6

VII. Un gaz parfait est enfermé dans un cylindre de section s et fermé par un piston de masse M (la pression est supposée négligeable). On suppose que le système est thermiquement isolé. A l'équilibre, le piston est à une hauteur  $z_0$ . A l'instant  $t = 0$ , on amène le piston de sa position d'équilibre à la position  $z_0 + \delta z$  ( $\delta z < z_0$ ), et on laisse le système évoluer. On suppose cette transformation quasistatique. Déterminer le mouvement du piston (c'est-à-dire son amplitude, sa phase, sa fréquence  $\omega$ ).

A.N. Calculer  $\omega$  pour un gaz diatomique, dont la température est proche de 300 K, enfermé dans un volume de 20 litres, de masse  $M = 1 \text{ kg}$ . La surface du piston est  $s = 100 \text{ cm}^2$ . Inversement que peut-on déduire d'une mesure de  $\omega$ ?

(•  $\mathcal{T}$  rév.  
• champ  $\vec{g}$   
• info)

## Entropie

4 - Polytropique déjà fait :  $w = \frac{P_I V_I - P_F V_F}{\gamma - 1} \Rightarrow w = \frac{m R}{\gamma - 1} (T_F - T_I)$

$$\boxed{\Delta U = m \frac{R}{\gamma - 1} (T_F - T_I)}$$

[ 2 méthodes ]

Principe Isotherme:  $w = - \int P_{ext} dV = - \int P dV$  car rév.  $\Rightarrow$  éq. méca.

$$dP = - m R T \frac{dV}{V} \Rightarrow$$

$$w = - m R T \ln \frac{V_F}{V_I}$$

$$\begin{aligned} \text{1er principe: } & \Delta U = Q + W \Rightarrow w = - q = \boxed{Q = m R T \ln \frac{V_F}{V_I}} \\ \text{2nd principe: } & \Delta S = S_C + S_R \Rightarrow S_C = 0 \\ \Rightarrow & \Delta S = S_C \text{ or par définition: } S_C = \int \frac{dQ}{T_{ext}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{ext} = T \text{ car therm. (rév.)} & \Rightarrow \Delta S = \frac{1}{T} \int dQ = \frac{Q}{T} \\ \Rightarrow & \boxed{\Delta S = m R \ln \frac{V_F}{V_I}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta U = - \int P_{ext} dV = - P \int_V^F dV = - P(V_F - V_I) = - m R(T_F - T_I)}$$

$$dU = \int dV, \text{ gaz parfait} \Rightarrow dU = \epsilon_v dT \Rightarrow \Delta U = \epsilon_v \Delta T \text{ car } \epsilon_v \text{ indép de T}$$

$$\text{or } \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_p - \epsilon_v = R \text{ (relat' de l'air)} \\ \text{pour } \epsilon_p \text{ (GPR)} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\Delta U = m \frac{R}{\gamma - 1} \Delta T = m \frac{R}{\gamma - 1} (T_F - T_I)}$$

$$\text{1er princ: } Q = \Delta U - \Delta H \Rightarrow Q = m C_p \Delta T \text{ car pour une T_F isobare: } Q = \Delta H$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = m \frac{R}{\gamma - 1} (T_F - T_I)} \text{ on } \Delta H = \int dH \text{ et } dH = \epsilon_p dT \text{ (GPR)}$$

$$\text{2nd princ: } \Delta S \text{ rev. sc def. } \int \frac{dQ}{T_{ext}} = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{\epsilon_p dT}{T} = \epsilon_p \ln \frac{T_F}{T_I}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = m \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I}}$$

3 - Isochore:  $\Delta S = S_C + S_R \Rightarrow$

$$\boxed{\Delta U = m \frac{R}{\gamma - 1} (T_F - T_I)}$$

$$\boxed{\Delta S = m \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I}}$$

2nd princ:  $\Delta S = S_C + S_R = \int \frac{dQ}{T} = \int \epsilon_v \frac{dT}{T} \Rightarrow$

curve

Exercice 1 GP [ 2 méthodes ]

$$\begin{aligned} \text{1er princ: } & \Delta S = \int \frac{dQ_{rev}}{T} \text{ or: } \Delta Q_{rev} = - P dV, \Delta U = \epsilon_v dT \\ (\text{rem: si adic } \Delta Q_{rev} = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta S = 0}) & \Rightarrow \Delta Q_{rev} = \epsilon_v dT + P dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \Delta S = \int \left( \epsilon_v \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV \right) = \int \left( \epsilon_v \frac{dT}{T} + m R \frac{dV}{V} \right) \\ \Rightarrow & \boxed{\Delta S = m \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} + m R \ln \frac{V_F}{V_I}} = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{P_F V_F}{P_I V_I} \right) \end{aligned}$$

2<sup>nd</sup> méthode: En utilisant l'identité thermodynamique :

$$\begin{aligned} \text{1er princ: } & \Delta S = \int \left( \epsilon_v \frac{dT}{T} + m R \frac{dV}{V} \right) = m R \left[ \frac{1}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} + m R \frac{V_F}{V_I} \right] \\ \Rightarrow & \boxed{\Delta S = \frac{1}{\gamma - 1} dU + \frac{P}{T} dV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1er princ: } & \Delta S = \int \frac{dQ}{T_{ext}} = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_F}{T_I} \cdot \frac{V_F^{\gamma - 1}}{V_I^{\gamma - 1}} \right) \quad (1) \\ \text{2nd princ: } & \Delta S = \int \frac{dQ}{T_{ext}} = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{\frac{m R}{\gamma - 1} T_F}{\frac{m R}{\gamma - 1} T_I} \cdot \frac{\frac{m R}{\gamma - 1} V_F^{\gamma - 1}}{\frac{m R}{\gamma - 1} V_I^{\gamma - 1}} \right)^{\gamma - 1} \quad (2) \\ \text{2-Isobare: } & \Delta S = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_F}{T_I} \cdot \frac{V_F^{\gamma - 1}}{V_I^{\gamma - 1}} \right) \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1-Isotherme: } & \Delta S = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{V_F}{V_I} \right) \quad (1) \\ \text{2-Isotherme: } & \Delta S = \frac{m R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_F}{T_I} \right) \quad (2) \\ \text{3-Isochore: } & \Delta S = \boxed{\frac{m R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I}} \quad (3) \end{aligned}$$

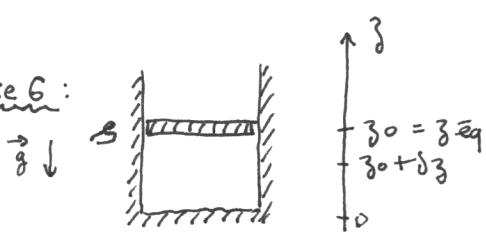
4 - Polytropique: cas gal: (o)  
Si adic:  $\Delta S = 0 \Rightarrow$  isentropique (rév.)

2nd princ:  $\Delta S = S_C + S_R = \int \frac{dQ}{T} = \int \epsilon_v \frac{dT}{T} \Rightarrow$

curve

## TD Bilans d'entropie

Exercice 6 :



A l'équilibre:

$$Mg = P_0 S$$

$$\text{En mouvement: } M\ddot{z} = -Mg + P \cdot S$$

$$\ddot{z} = \dot{z}_0 + \delta\ddot{z}$$

La transformation est adiabatique réversible:  $PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$ 

$$V_0 = \dot{z}_0 S \text{ et } V = \dot{z} S = (\dot{z}_0 + \delta\ddot{z})S \Rightarrow P(\dot{z}_0 + \delta\ddot{z})^{\gamma} \delta\ddot{z}^{\gamma} = P_0 \dot{z}_0^{\gamma} \delta\ddot{z}^{\gamma}$$

$$\Rightarrow P \dot{z}_0^{\gamma} (1 + \frac{\delta\ddot{z}}{\dot{z}_0})^{\gamma} = P_0 \dot{z}_0^{\gamma} \Rightarrow P \dot{z}_0^{\gamma} (1 + \gamma \frac{\delta\ddot{z}}{\dot{z}_0}) = P_0 \dot{z}_0^{\gamma}$$

$$\delta\ddot{z} \ll \dot{z}_0$$

$$\Rightarrow P = \frac{P_0}{(1 + \gamma \frac{\delta\ddot{z}}{\dot{z}_0})} \Rightarrow P \approx P_0 (1 - \gamma \frac{\delta\ddot{z}}{\dot{z}_0})$$

$$\text{d'où: } M\ddot{\delta\ddot{z}} = - \underbrace{Mg + P_0 S}_{0 \text{ (éq.)}} - \gamma \frac{\delta\ddot{z}}{\dot{z}_0} P_0 S \Rightarrow \ddot{\delta\ddot{z}} + \frac{\gamma P_0 S}{M \dot{z}_0} \delta\ddot{z} = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{\gamma P_0 S}{M \dot{z}_0} \stackrel{\text{eq.}}{=} \frac{\gamma g S}{V_0} = \frac{\gamma g S}{V_0} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{\gamma g S}{V_0}}}$$

$$\text{AN: } \omega = \sqrt{\frac{7/5 \times 98 \times 100 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow \underline{\omega = 2,62 \text{ rad.s}^{-1}}, T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \underline{T = 2,40}$$

Une mesure de  $\omega$  permet de mesurer  $\gamma$ .