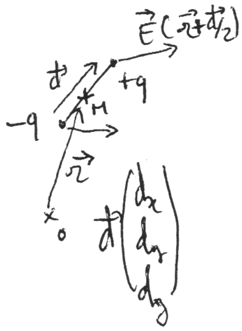
# Dipôle dans un champ non uniforme $\vec{E}$

<u>Approximation</u> : On suppose que la taille du dipôle est faible devant les dimensions caractéristiques des variations du champ appliqué. (conséquence de l'approx. dipolaire).

a) <u>Force</u> : $\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r}+\frac{\vec{d}}{2}) + (-q)\vec{E}(\vec{r}-\frac{\vec{d}}{2})$




développons (approx. dip.) :

$$E_x(\vec{r}+\vec{d}/2) = E_x(\vec{r} + \frac{d_x}{2}\vec{u_x} + \frac{d_y}{2}\vec{u_y} + \frac{d_z}{2}\vec{u_z}) = E_x(x+\frac{d_x}{2}, y+\frac{d_y}{2}, \dots$$

$$= E_x(\vec{r}) + \frac{d_x}{2}\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{d_y}{2}\frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{d_z}{2}\frac{\partial E_x}{\partial z}$$

$$= E_x(\vec{r}) + \frac{1}{2}(\vec{d}\cdot\vec{\nabla})E_x$$

$$E_x(\vec{r}-\vec{d}/2) = E_x(\vec{r}) - 1/2\,(\vec{d}\cdot\vec{\nabla})E_x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = q(\vec{d}\cdot\vec{\nabla})E_x = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})E_x \\ F_y = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})E_y \\ F_z = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})E_z \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E}}$$

$$\text{DL : } \vec{F} = \underbrace{\vec{0}}_{\substack{\text{ordre 0} \\ \text{(si homogène)}}} + \underbrace{(\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E}}_{\substack{\text{ordre 1} \\ \text{(non homogène)}}} + \underbrace{\dots}_{\text{ordres suivants.}}$$

Dans un champ inhomogène un dipôle subit une force : $\vec{F} = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\vec{E}$.

b) <u>Moment</u> : $\vec{\Gamma} = \frac{\vec{d}}{2}\wedge q\vec{E}(\vec{r}+d/2) + (-)\frac{\vec{d}}{2}\wedge(-)q\vec{E}(\vec{r}-\vec{d}/2)$

$$= \frac{q\vec{d}}{2}\wedge(\vec{E}(\vec{r}+\vec{d}/2) + \vec{E}(\vec{r}-\vec{d}/2))$$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\Gamma} = \vec{p}\wedge\vec{E}}$ + ordres supérieurs négligeables devant l'ordre 0.

<u>Conclusion</u> : **Un dipôle s'oriente selon les lignes de champ et est attiré par les champs forts.**

<u>Rmqs</u> : * Le moment ne dépend pas du pt d'application :

$$\vec{\Gamma}_O = \sum_i \vec{OM_i}\wedge\vec{F_i} = \vec{OO'}\wedge\sum_i\vec{F_i} + \sum\vec{O'M_i}\wedge\vec{F_i}$$

$$= \vec{OO'}\wedge\underbrace{\vec{F}}_{\vec{0}\text{ à l'ordre 0}} + \vec{\Gamma}_{O'} = \vec{\Gamma}_{O'} \Rightarrow \vec{\Gamma}_O = \vec{\Gamma}_{O'} = \vec{\Gamma}.$$

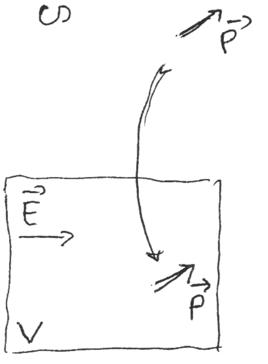
* Si le dipôle n'est pas rigide le moment dip. dépend de $\vec{E}$ :

$$\vec{F} = (\vec{p}(\vec{E})\cdot\vec{\nabla})\vec{E} \quad \text{(polarisat° induite).}$$

* $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ne sont pas tjrs colinéaires.

# Energie potentielle d'un dipôle dans $\vec{E}$ :

## 1) Expression de l'énergie potentielle : pour une charge : $\mathcal{E}_p = qV$




dipôle :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$\mathcal{E}_p = qV(\vec{r} + \tfrac{\vec{d}}{2}) + (-)qV(\vec{r} - \vec{d}/2)$$

$$= q\int_{\vec{r}-\vec{d}/2}^{\vec{r}+\vec{d}/2} dV = -q\int \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$\simeq -\vec{E}\cdot q\underbrace{\int d\vec{\ell}}_{\vec{d}}$$

car $\vec{E}$ varie peu du $\vec{d}$ (approx dip.)

le dipôle est rigide : $\|\vec{p}\| = p = cste$ et reste parallèle à lui-même.

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}}$$

## 2) Force dérivant de $\mathcal{E}_p$ :

Le dipôle est translaté et il est rigide $\Rightarrow$ $\vec{p} = \vec{cste}$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}\mathcal{E}_p$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{p}\cdot\vec{E}) \quad \text{avec } \vec{p} = \vec{cste}}$$