• Cyclotron

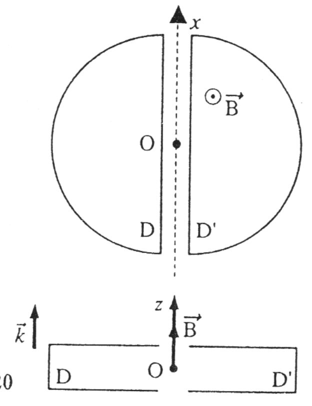


Fig. 20

Le cyclotron est un accélérateur de particules constitué, comme le représente la figure 20, par 2 demi-cylindres métalliques D et D′, d'axe vertical commun Oz, placés dans le vide et où règne un champ magnétique constant uniforme et vertical $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{k}$.

On applique entre D et D′ une différence de potentiel alternative $u = U_m \sin \omega t$ délivrée par un générateur haute fréquence. Une particule de masse m et de charge q est injectée dans l'appareil au voisinage de O à la vitesse v_1 sur une trajectoire circulaire centrée en O et de rayon R_1.

Dès que la particule sort d'un demi-cylindre pour pénétrer dans l'autre, elle est soumise dans l'intervalle étroit qui les sépare à l'action du champ électrique correspondant à la valeur maximale de la différence de potentiel (accélératrice) délivrée par le générateur. Le temps de passage entre D et D′ est négligeable.

L'étude qui suit sera effectuée dans le cadre de la mécanique newtonienne.

a) Calculer la fréquence f qu'il convient de donner à la tension accélératrice pour que les particules chargées soient effectivement accélérées chaque fois qu'elles traversent l'espace entre les deux demi-cylindres; on exprimera f en fonction de q, m et B.

Application numérique : Cas des protons lorsque $B = 1$ T; on donne : $e = 1,6\,10^{-19}$ C, $m_{(\text{proton})} = 1,67\,10^{-27}$ kg.

b) Sachant que la trajectoire d'une particule est formée d'une suite de demi-cercles centrés au voisinage de O, de rayons successifs $R_1, R_2, \ldots, R_n$ reliés par des éléments de trajectoires rectilignes entre D et D′, calculer le rayon R_n en fonction de q, m, B, n, v_1 et U_m (amplitude de la tension alternative).

c) Des protons sont injectés sur une trajectoire de rayon $R_1 = 5,2\,10^{-8}$ m, l'induction magnétique ayant pour valeur $B = 1,00$ T, le diamètre utile du cyclotron étant $D = 0,625$ m et $U_m = 2\,10^{+4}$ V.

Calculer :

– la vitesse maximale atteinte par les protons sortant tangentiellement du cyclotron;

– le nombre de tours effectués par les particules dans l'appareil;

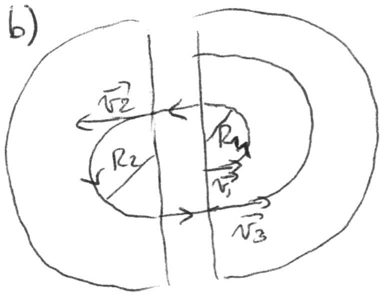
– le temps de transit Δt correspondant dans l'appareil.

Correction du DL jeudi 8 janvier 9 :

Cyclotron a) pulsation cyclotron : $\omega_c = \frac{|q|B}{m} = 2\pi f_c \Rightarrow \boxed{f_c = \frac{1}{2\pi}\frac{|q|B}{m}}$

AN : $f_c = 15{,}2\ MHz$

b)



Théorème de l'E_c : $\frac{1}{2}m v_{n+1}^2 - \frac{1}{2}m v_n^2 = e U_m$

Cours : $R_n = \frac{m v_n}{e B}$

$\frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2 = e U_m$

$\frac{1}{2}m v_2^2 = e U_m + \frac{1}{2}m v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}m v_{n+1}^2 = n e U_m + \frac{1}{2}m v$

$v_n = \sqrt{\frac{2(n-1)e}{m}U_m + v_1^2}$

$\Rightarrow \boxed{R_n = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2(n-1)e}{m}U_m + v_1^2}}$

c) → $\frac{D}{2} = \frac{m v_{max}}{e B} = R_{max} \Rightarrow \boxed{v_{max} = \frac{D e B}{2m}}$ AN : $v_{max} = 15 \cdot 10^6\ m/s$

→ $\frac{1}{2}m v_{max}^2 = n e U_m + \frac{1}{2}m v_1^2$

$\Rightarrow \boxed{n = \frac{1}{e U_m}\frac{m}{2}\left(\left(\frac{eB}{m}\right)^2 R_{max}^2 - \left(\frac{eB}{m}\right)^2 R_1^2\right) = \frac{e B^2}{2 U_m m}\left(\frac{D^2}{4} - R_1^2\right)}$

AN : $n \simeq 234$ (½ tours) $\simeq 117$ tours

→ $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = \frac{eB}{m}$ $\Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{n}{2}T_c = \frac{n}{2}\frac{2\pi m}{eB} = \frac{n\pi m}{eB}}$

AN : $\Delta t \simeq 7{,}6\ \mu s$