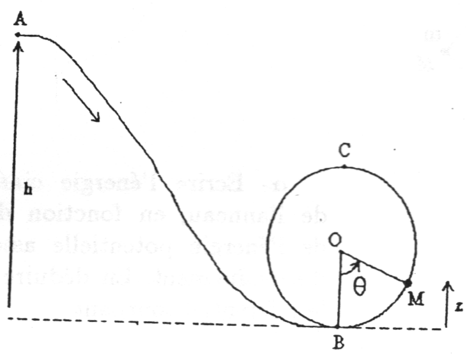
TD de mécanique
Aspects énergétiques.

La grande boucle

Un mobile assimilé à un point matériel M de masse m, se déplace sur un rail situé dans un plan vertical. Le rail comporte une partie circulaire , de diamètre $BC = 2a$, que le mobile parcourt à l'intérieur du cercle. Le mobile est libéré sans vitesse initiale en A, à la hauteur h au dessus de B, point le plus bas du cercle. On néglige tous les frottements.

A quelle condition doit satisfaire h pour que le mobile "boucle la boucle" sans quitter la piste circulaire? Si cette condition n'est pas remplie, décrire qualitativement les différents mouvements possibles.



$\underline{A.N.}$: $h = 3a$, $a = 10$m et $m = 350$ kg. Calculer les vitesses de passage en B et C et les réactions du rail lors du passage en ces points.

Exercice 2

Soit le potentiel suivant :

$$E_p = \alpha x^2 (x^2 + \beta)$$

α, β constantes
$\alpha \in \mathbb{R}^*$
$\beta \in \mathbb{R}^*$

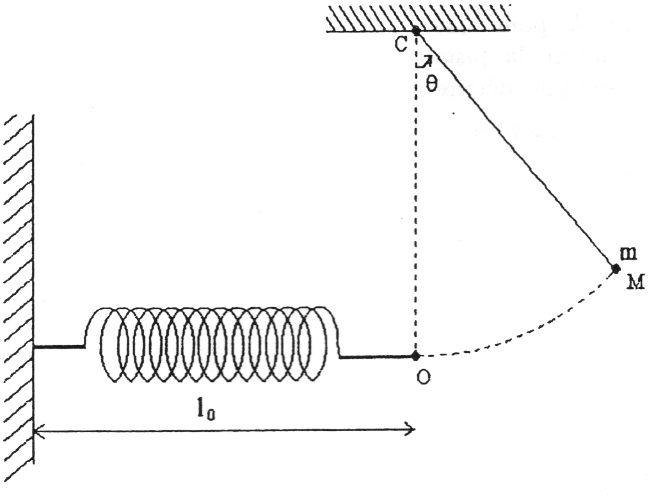
1) Position d'équilibre et stabilité

2) Dans le cas où $\beta < 0$, calculez le travail nécessaire pour passer d'une position d'équilibre stable à l'autre.

3) Pulsation des oscillations autour d'une position d'éq. stable pour $\beta < 0$.

Exercice : Pendule+ressort

On considère un pendule de longueur L ainsi qu'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. On relie le point matériel M de masse m aux extrémités du ressort et du pendule:



La position d'équilibre O de M correspond à la verticale du point de suspension C du pendule.

1- Calculer l'énergie potentielle du pendule seul en fonction de θ (on la choisit nulle à l'équilibre).

2- Calculer l'énergie potentielle du ressort seul lorsqu'on écarte le pendule d'un angle θ (on l'écrira en fonction de la longueur à vide l_0, de la longueur L et de l'angle θ).

3- En déduire l'énergie potentielle du système dans l'approximation des petits angles (on se limitera aux termes du second ordre en θ).

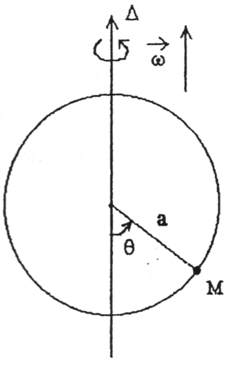
4- Calculer l'énergie cinétique du pendule en fonction de $\dot{\theta}$.

5- Trouver l'équation différentielle vérifiée par θ et déterminer la pulsation ω du mouvement de M.

6- Ecrire la solution $\theta(t)$ en choisissant les conditions initiales $\theta(t=0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(t=0) = 0$.

Exercice : Brisure de symétrie (le retour)

Un cerceau de rayon a est en rotation uniforme à la vitesse angulaire ω autour d'un axe fixe Δ par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen. On considère un anneau (assimilable à un point matériel M) enfilé autour de la tige qui peut glisser sans frottement. On repère la position de M avec l'angle θ.



α- Ecrire l'énergie cinétique dans le référentiel de l'anneau, en fonction de $\dot{\theta}$. Donner l'expression de l'énergie potentielle associée à la force d'inertie d'entraînement. En déduire l'énergie mécanique dans le référentiel tournant.

β- En étudiant l'énergie potentielle fonction de θ, trouver les différentes positions d'équilibre possibles du point M (dans le référentiel de l'anneau), suivant la valeur de ω. Discuter leur stabilité.