T.D. – Mouvement de particules chargées

Exercice 1: Mouvement dans un champ électromagnétique

On considère une particule M de charge q et de masse m dans une région de l'espace où règne un champ électrique $\overrightarrow{E}$ orthogonal à un champ magnétique $\overrightarrow{B}$. Ces deux champs sont uniformes et constants:

$$\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u}_z \quad \overrightarrow{E} = E\overrightarrow{u}_y$$

1- Ecrire les équations différentielles vérifiées par les coordonnées x, y et z de la particule (dans le référentiel du laboratoire.

2- En posant $\zeta = \dot{x} + i\dot{y}$, montrer que

$$\frac{d\zeta}{dt} + i\omega_c\zeta = i\frac{qE}{m} \quad ,$$

où l'on précisera l'expression de ω_c en fonction de q,B et m.

3- Résoudre l'équation précédente.

4- A $t = 0$, $x = y = z = 0$ et $\overrightarrow{v}_{M,\mathcal{R}} = v_x^0\overrightarrow{u}_x$. En déduire les lois $x(t), y(t)$ et $z(t)$.

5- Quelle la trajectoire de la particule lorsque $\overrightarrow{v}_{M,\mathcal{R}}(t=0) = \overrightarrow{0}$. Même chose lorsque $\overrightarrow{v}_{M,\mathcal{R}}(t = 0) = \frac{E}{B}\overrightarrow{u}_x$.

6- On pose $T = \frac{2\pi}{\omega_c}$. Montrer que $< \overrightarrow{v}_{M,\mathcal{R}} >_T = \frac{E}{B}\overrightarrow{u}_x$.

7- En se servant de l'invariance de Galilée, retrouver les lois de transformation du champ $(\overrightarrow{E}, \overrightarrow{B})$ lorsque l'on passe dans le référentiel animé de la vitesse $< \overrightarrow{v}_{M,\mathcal{R}} >_T$ par rapport au laboratoire.

8- En déduire une autre façon de trouver les résultats de la question **5** .

Exercice 2:

Conduction en régime sinusoïdal forcé.

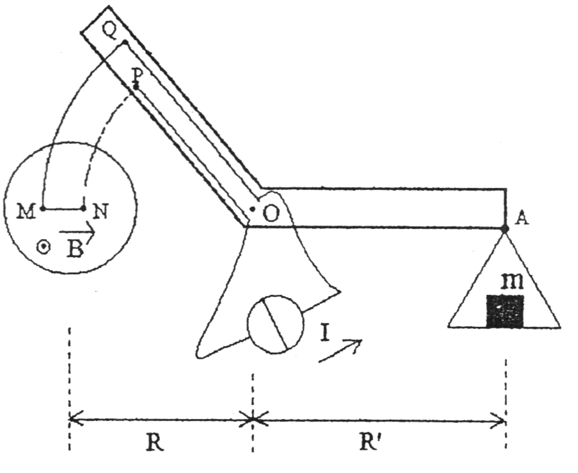
Le métal est soumis à un champ électrique sinusoïdal $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$, l'action du milieu sur un électron se traduit par la force de frottement $\vec{f} = -\frac{m\vec{v}}{\tau}$. On suppose que $\vec{v}$ est de la forme $\vec{v} = \vec{v_0} \cos(\omega t + \varphi)$ et on adopte la notation complexe.

1) Écrire la R.F.D. pour un électron. En déduire l'expression de $\vec{v_0}$ en fonction de $\vec{E_0}$ ainsi que celle de φ.

2) Montrez que l'on peut alors définir une conductivité complexe $\underline{\gamma}$ reliant $\vec{j}$ et $\vec{E}$. Soit n le nombre d'électrons par unité de volume. Exprimer $\underline{\gamma}$ en fonction de ω, τ et de la conductivité γ_0 du métal en régime statique. Que devient $\underline{\gamma}$ à basse fréquence ? en haute fréquence? Commentez.

Exercice 3: Balance de Cotton

La balance de Cotton servait autrefois à mesurer les champs magnétique, on lui préfère actuellement la sonde à effet Hall.



Le champ $\overrightarrow{B}$ (pratiquement uniforme) règne dans une portion d'espace (schématisée par le cercle). Un fil électrique parcouru par un courant d'intensité I constante forme un circuit plan. Les portions QM et PN sont des arcs de cercle dont les centres de courbure coïncide avec le point O. Le circuit est solidaire du fléau pouvant tourner librement autour de O. L'ensemble forme une balance pour champ magnétique que l'on équilibre à l'aide de la masse m. On note $l = MN$, R la distance entre le milieu de (MN) et O, de même R' est la distance entre l'extrémité du fléau A (à laquelle on attache la masse m) et O.

1- Evaluer le moment par rapport à O, des forces de Laplace s'exerçant sur les brins du circuit mobile (le champ $\overrightarrow{B}$ est perpendiculaire au plan du circuit).

2- Ecrire la condition d'équilibre. Calculer B pour $R = R'$=30 cm, l = 2 cm, I = 5 A, m = 2 g et g = 9,8 m s^{-2}.

3- Evaluer la précision de cette mesure si les dimensions sont connues à 10^{-2} mm près, l'intensité avec une précision de 10^{-4} et si la balance est sensible au centigramme?